

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ
ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**

Ημερομηνία: 6/10/2018

Τμήματα: Γ1, Γ2, Γ4, Ο1

ΘΕΜΑ Α

A1. Να διατυπώσετε το Κριτήριο Παρεμβολής

Μονάδες 5

A2. Δίνεται η παρακάτω πρόταση:

«Αν για τις συναρτήσεις f, g , υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} (f + g)(x)$, τότε υπάρχουν και τα

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \text{ και } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x). \text{»}$$

α) Να εξετάσετε αν η πρόταση είναι **Αληθής** ή **Ψευδής**.

Μονάδες 4

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x - x_0}{f(x) - 1} \in \mathbf{R}$, τότε υποχρεωτικά ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 1$.

β) Αν ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$ και $f(x) \geq g(x)$ κοντά στο σημείο x_0 , τότε

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty.$$

γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = +\infty$, τότε ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $-\infty$.

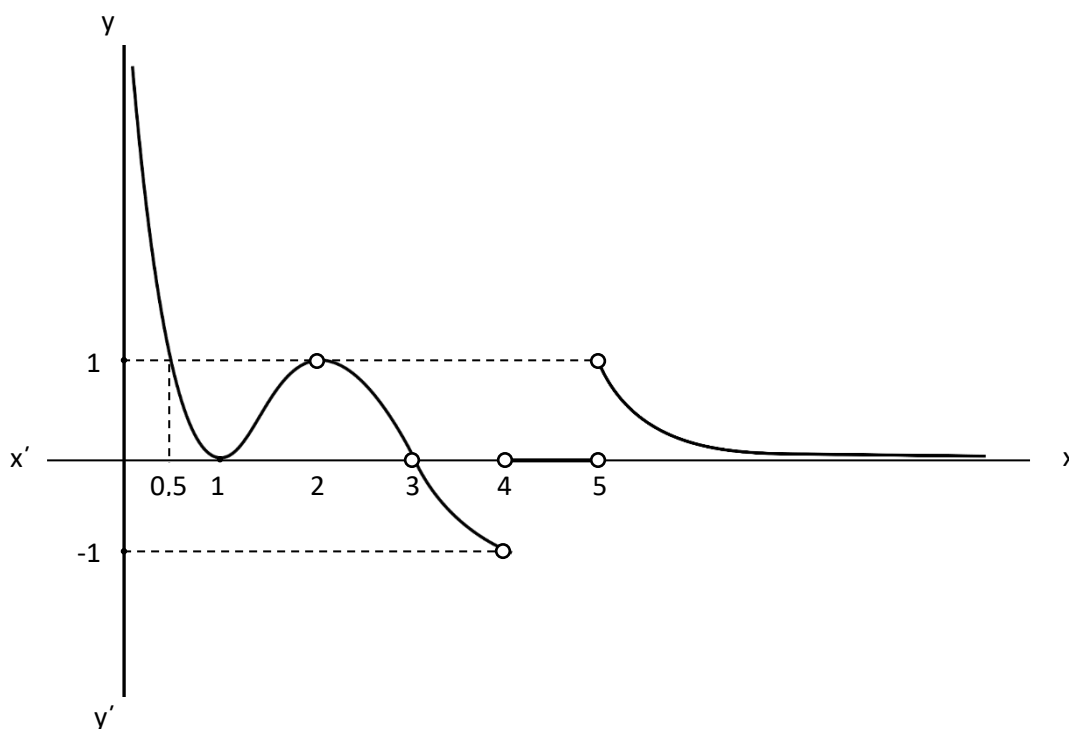
δ) Αν για τις συναρτήσεις f, g ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$ ή $-\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{g(x)}{f(x)} = 0$.

ε) Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x| - |\eta\mu x|} = +\infty$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Θεωρούμε συνάρτηση f με γραφική παράσταση που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα .



B1. α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης f .

β) Να γράψετε το σύνολο λύσεων των εξισώσεων $f(x)=0$ και $f(x)=1$.

Μονάδες 7

B2. Να βρείτε τα παρακάτω όρια εφόσον υπάρχουν.

α) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ **β)** $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ **γ)** $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ **δ)** $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Μονάδες 8

B3. Να βρείτε τα παρακάτω όρια εφόσον υπάρχουν.

α) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)}$ **β)** $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{f(x)}$ **γ)** $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{f(x)}$ **δ)** $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{f(x)}$ **ε)** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)}$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Θεωρούμε την συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{\eta\mu(\beta x - \beta)}{x - 1} + 5, & \text{αν } x < 1 \\ \frac{\alpha x^2 + \beta}{\sqrt{x} - 1}, & \text{αν } x > 1 \end{cases}$ όπου $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ με $\beta \neq 0$ για την οποία γνωρίζουμε ότι υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ και είναι πραγματικός αριθμός.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 1, \beta = -1$.

Μονάδες 10

Γ2. Να υπολογίσετε τα $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Μονάδες 8

Γ3. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - f(x)}{x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + 2}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Θεωρούμε πολυωνυμική συνάρτηση f ορισμένη στο \mathbf{R} , για την οποία ισχύουν:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{(x-1)^2} = 1 \text{ και } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = -1.$$

Δ1. Να υπολογίσετε τα $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ και $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(f \circ f)(x)}{\eta\mu(\pi x)}$.

Μονάδες 10

Δ2. Να αποδείξετε ότι $f(x) = x^2 - x$.

Μονάδες 7

Δ3. Να υπολογίσετε τα $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(f(x) \cdot \eta\mu \frac{2018}{x} \right)$ και $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{f(e^x)} - e^x \right)$.

Μονάδες 8

Να έχετε επιτυχία!

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

6-10-2018

ΤΜΗΜΑ : Γ₇

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στο τετράδιό σας , δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση , τη λέξη **Σωστό** , αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος .

1. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$, τότε ισχύει $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 .

Μονάδες 5

2. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$, τότε θα ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$ ή $-\infty$.

Μονάδες 5

3. Αν για κάθε $x \in (\sqrt{5}, 3)$ ισχύει $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ και

$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2} h(x) = \lambda , \text{ τότε } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lambda .$$

Μονάδες 5

4. Αν $f(x) = 2 - e^{-x}$ τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$.

Μονάδες 5

5. Η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 3x-5 & , \text{αν } x > 2 \\ x^2-3 & , \text{αν } x \leq 2 \end{cases}$ είναι συνεχής

στο σημείο $x_0 = 2$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2^ο

Να υπολογιστούν τα όρια (αν υπάρχουν) :

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + 2 - \sqrt{x^2 - x + 5})$

Μονάδες 5

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x^2 - 5x + 6}$

Μονάδες 5

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{\sqrt{x+4} - 2}$

Μονάδες 5

4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2|x-3| + 5|1-x| - 10}{x^2 - 9}$

Μονάδες 5

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 4x^2 - 3x - 2}{x^2 - 3x + 2}$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3^ο

Έστω η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 \cdot x + \lambda^2 & , x \leq \mu \\ \eta\mu(x - \mu) - 1 & , x > \mu \end{cases}$.

Να βρεθούν τα $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ ώστε να υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow \mu} f(x)$.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 4^ο

Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} e^{x-1} + \alpha \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi \cdot x), & x \leq 1 \\ \alpha \cdot x^2 - 3 \cdot x + 2 \cdot \beta, & 1 < x \leq 2 \\ \ln(x-1) + \eta\mu(\pi \cdot x) + \beta - 1, & x > 2 \end{cases}$$

1. Να βρεθούν οι τιμές των α και β ώστε η f να είναι συνεχής .

Μονάδες 15

2. Για $\alpha = \beta = 1$, να αποδείξετε ότι υπάρχει $x_0 \in \left(-1, -\frac{1}{2}\right)$ τέτοιο

ώστε $f(x_0) = 0$.

Μονάδες 10

Καλή επιτυχία