

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**

**Τμήματα : Β₁ , Β₂ , ΒΙ₁
Ημερομηνία: 6/10/2018**

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδειχθεί ότι αν $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ και M μέσο του ευθυγράμμου τμήματος AB , τότε $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$.

(Μονάδες 6)

A2. Να δώσετε τον ορισμό του γινομένου ενός πραγματικού αριθμού λ με ένα διάνυσμα \vec{a} .

(Μονάδες 5)

A3. Να συμπληρώσετε με 'Σ' ή 'Λ' για Σωστό ή Λάθος αντίστοιχα στις παρακάτω προτάσεις:

i. Για τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ ισχύει $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{\beta} \Leftrightarrow |\vec{a} + \vec{\beta}| = \left| |\vec{a}| - |\vec{\beta}| \right|$.

ii. Από την ισότητα $\vec{AB} = \vec{\Gamma\Delta}$ συμπεραίνουμε ότι $\vec{\Gamma A} = \vec{\Delta B}$.

iii. Αν $\vec{a}, \vec{\beta} \neq \vec{0}$ και ισχύει $\vec{a} + \lambda \vec{\beta} = \vec{0}$, με $\lambda > 0$, τότε $\vec{a} \parallel \vec{\beta}$.

iv. Αν ισχύει $(\lambda - \mu) \times (\vec{a} + \vec{\beta}) = \vec{0}$, τότε $\lambda = \mu$ ή $\vec{a} = -\vec{\beta}$.

v. Αν $\vec{OA} = 3\vec{j} - 2\vec{i}$ και $O(0,0)$, τότε $A(3, -2)$.

vi. Τα διανύσματα $\vec{u} = (-1, 3)$ και $\vec{v} = (2, -6)$, είναι αντίρροπα.

vii. Αν το σημείο $M(3,1)$ είναι μέσο του ευθυγράμμου τμήματος AB και $A(-2,4)$, τότε $B(8, -2)$.

(Μονάδες 14)

ΘΕΜΑ Β

Έστω ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο και Κ σημείο τομής των διαγωνίων, τότε:

B1. Να αποδείξετε ότι για τυχαίο σημείο Ο του επιπέδου ισχύει $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = 4 \times \vec{OK}$.

B2. Αν για σημείο Μ ισχύει η σχέση: $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = \vec{0}$, τότε να δείξετε ότι το σημείο Μ ταυτίζεται με το σημείο Κ.

B3. Αν είναι γνωρίζουμε επιπλέον ότι $A(3, -1)$, $B(5, 1)$ και $\Gamma(-2, 4)$, τότε να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Δ και του σημείου Κ.

(Μονάδες 9+8+8)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ και σημεία Δ, Ζ, Ε, ώστε $\vec{AD} = \frac{1}{2}\vec{AB}$, $\vec{AZ} = -\frac{1}{3}\vec{AG}$ και $\vec{AE} = \vec{BF}$. Αν $\vec{AB} = \vec{a}$ και $\vec{AG} = \vec{\beta}$ τότε :

Γ1. Να σχεδιάσετε το τρίγωνο ΑΒΓ και να σημειώσετε πάνω σε αυτό τα σημεία Δ, Ζ, Ε .

Γ2. Να εκφράσετε τα \vec{BF} , \vec{AZ} , \vec{AE} συναρτήσει των $\vec{a}, \vec{\beta}$.

Γ3. Δείξτε ότι τα σημεία Δ, Ζ, Ε είναι συνευθειακά.

(Μονάδες 7+9+9)

ΘΕΜΑ Δ

Αν για τα διανύσματα \vec{a} , $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$, $\vec{\delta}$ ισχύει $\vec{a} + \vec{\beta} - 2\vec{\gamma} = \vec{0}$ και $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{\beta}| = 2$, $|\vec{\gamma}| = 3$ και $|\vec{\delta}| = 6$, τότε:

Δ1. Να δειχθεί ότι τα διανύσματα \vec{a} , $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$ είναι ομόρροπα.

Δ2. Να δειχθεί ότι $\vec{\beta} + \vec{\gamma} + \vec{\delta} \neq \vec{0}$

Δ3. Αν για τα διανύσματα \vec{u} , \vec{v} ισχύουν $\vec{u} \uparrow \uparrow \vec{a}$, $|\vec{v}| = 8$ και $\vec{u} + \vec{v} = \vec{a}$, τότε να εκφράσετε τα \vec{u} , \vec{v} συναρτήσει του \vec{a} .

(Μονάδες 10+7+8)

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

6-10-2018

ΤΜΗΜΑ: B₅, B₁₂, B_{O2}

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος.

1. Αν $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Gamma\Delta}$, τότε $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{\Gamma\Delta}$ και $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{\Gamma\Delta}|$.

Μονάδες 4

2. Αν ισχύει $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$ τότε $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$.

Μονάδες 4

3. Σε ισόπλευρο τρίγωνο ABΓ ισχύει $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{B\Gamma}}) = 60^\circ$.

Μονάδες 4

4. Αν το Μ είναι το μέσο του τμήματος AB τότε ισχύει $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$.

Μονάδες 4

5. Αν ισχύει $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$ τότε $\vec{\alpha} \uparrow \vec{\beta}$.

Μονάδες 4

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση σε κάθε μία από τις παρακάτω ερωτήσεις.

1. Αν $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Gamma\Delta}$ τότε από τις παρακάτω σωστή είναι:

i) $\overrightarrow{A\Gamma} = \overrightarrow{B\Delta}$ ii) $\overrightarrow{A\Delta} = \overrightarrow{\Gamma B}$ iii) $\overrightarrow{A\Gamma} = \overrightarrow{\Delta B}$ iv) $\overrightarrow{A\Delta} = \overrightarrow{B\Delta}$

Μονάδες 3

2. Ποιο από τα παρακάτω διανύσματα είναι συγγραμμικό με το διάνυσμα $\frac{1}{2}\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$:

i) $\vec{\alpha} - 6\vec{\beta}$ ii) $\frac{1}{4}\vec{\alpha} + 6\vec{\beta}$ iii) $2\vec{\alpha} + 6\vec{\beta}$ iv) $-2\vec{\alpha} - 12\vec{\beta}$

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2^ο

Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$ και Ο σημείο του επιπέδου. Θεωρούμε τα σημεία Α, Β, Γ που ορίζονται από τις ισότητες

$$\vec{OA} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta} + 5\vec{\gamma}, \vec{OB} = -\vec{\alpha} + 3\vec{\beta} + 4\vec{\gamma} \text{ και } \vec{OG} = 3\vec{\alpha} + \vec{\beta} + 6\vec{\gamma}$$

1. Να εκφράσετε τα διανύσματα \vec{AB}, \vec{AG} συναρτήσει των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$.

Μονάδες 5

2. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά.

Μονάδες 10

3. Να αποδείξετε ότι το σημείο Α είναι μέσο του τμήματος ΒΓ.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3^ο

Θεωρούμε τα σημεία Ρ, Κ, Λ, Μ του επιπέδου για τα οποία ισχύει η σχέση $5\vec{PA} = 2\vec{PK} + 3\vec{PM}$.

1. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Κ, Λ και Μ είναι συνευθειακά.

Μονάδες 12

2. Για τα παραπάνω σημεία Κ, Λ και Μ να δείξετε ότι ισχύει

$$2\vec{AL} + 3\vec{BL} + 2\vec{MB} = \vec{AK} + \vec{AM} + \vec{BK}, \text{ όπου Α και Β είναι σημεία του επιπέδου.}$$

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4^ο

Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{AD} = \vec{\beta}$. Θεωρούμε το σημείο Ε στην πλευρά ΑΔ και το σημείο Ζ στην διαγώνιο ΑΓ έτσι ώστε $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{AD}$ και $\overrightarrow{AZ} = \frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{AG}$. Να αποδείξετε ότι :

1. $\overrightarrow{AZ} = \frac{1}{4} \cdot (\vec{\alpha} + \vec{\beta})$.

Μονάδες 8

2. $\overrightarrow{EZ} = \frac{1}{4} \cdot \left(\vec{\alpha} - \frac{1}{3} \cdot \vec{\beta} \right)$ και να υπολογίσετε συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ το διάνυσμα \overrightarrow{EB} .

Μονάδες 12

3. τα σημεία Ε , Ζ , Β είναι συνευθειακά .

Μονάδες 5

Καλή επιτυχία