

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΜΗΜΑΤΑ: Β₁, Β₂, Β₈, ΒΟ₂

10-2-2018

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η ευθεία που έχει συντελεστή διεύθυνσης λ και διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$, έχει εξίσωση $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$.

Μονάδες 10

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η ευθεία (ϵ) η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και είναι κάθετη προς την ευθεία $x + 2y - 2 = 0$, έχει εξίσωση $y = 2x$.

Μονάδες 3

β) Το διάνυσμα $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ είναι παράλληλο προς την ευθεία $4x + 3y - 1 = 0$

Μονάδες 3

γ) Κάθε ευθεία που διέρχεται από το σημείο $O(0,0)$ έχει εξίσωση της μορφής $ax + by = 0$ με $|a| + |b| > 0$.

Μονάδες 3

δ) Η ευθεία $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ σχηματίζει με τον άξονα yy' οξεία γωνία 30° .

Μονάδες 3

ε) Το σημείο $M(\eta\mu^2\theta, \sigma\upsilon\nu^2\theta)$, ανήκει στην ευθεία $x + y - 1 = 0$, για κάθε τιμή του $\theta \in [0, 2\pi)$.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon_1): \kappa x - (\kappa - 2)y - 1 = 0$ και $(\varepsilon_2): (\kappa - 1)x + (\kappa + 3)y - 14 = 0$, οι οποίες είναι κάθετες.

B1. Να δείξετε ότι $\kappa = 3$.

Μονάδες 8

B2. Αν η ευθεία $(\varepsilon_3): \lambda x + (\lambda - 1)y - 4 = 0$ διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών (ε_1) και (ε_2) , τότε:

α) Να δείξετε ότι $\lambda = 2$.

Μονάδες 8

β) Να βρείτε την οξεία γωνία των ευθειών (ε_1) και (ε_3) .

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Έστω ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο με $A(\alpha, \beta)$, $B(4, -1)$, $\Gamma(6, 5)$ και $\Delta(-1, 4)$, $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$.

Γ1. Να δείξετε ότι $\alpha = -3$ και $\beta = -2$.

Μονάδες 6

Γ2. Να βρείτε τις εξισώσεις των διαγωνίων ΑΓ και ΒΔ και να υπολογίσετε το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.

Μονάδες 6

Γ3. Αν Ε είναι το συμμετρικό του Α ως προς την διαγώνιο ΒΔ, τότε:

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Ε.

Μονάδες 7

β) Να δείξετε ότι $GE \parallel BD$ και να βρείτε την απόστασή τους.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Έστω η εξίσωση $(2\lambda^2 + \lambda - 3)x - (\lambda^2 + \lambda - 2)y - 5\lambda^2 - 3\lambda + 8 = 0$, $\lambda \in \mathbf{R}$ (1)

Δ1. Να βρείτε για ποια τιμή του $\lambda \in \mathbf{R}$ η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

Μονάδες 8

Δ2. Δείξτε ότι οι ευθείες που ορίζονται από την παραπάνω εξίσωση διέρχονται από σταθερό σημείο M το οποίο και να βρείτε.

Μονάδες 9

Δ3. Αν $M(2, -1)$, να βρείτε την ευθεία (ε) με εξίσωση της μορφής της μορφής (1), η οποία σχηματίζει ισοσκελές τρίγωνο με τους άξονες xx' και yy' .

Μονάδες 8

Να έχετε επιτυχία!

Σαββατο 10 Φεβρουαρίου 2018
Γραπτή εξέταση στα
Μαθηματικά Κατεύθυνσης Β' Λυκείου

Θέμα 1

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λάθος.

- α. Το σημείο $(-1, 0)$ ανήκει στην ευθεία με εξίσωση $y = 2021x + 2021$
- β. Το διάνυσμα $\vec{v}(\alpha, \beta)$ είναι κάθετο στην ευθεία $\beta x + \alpha y + 2017 = 0$
- γ. Η απόσταση του $O(0, 0)$ από την ευθεία $x = 7$ είναι 0.
- δ. Η ευθεία με εξίσωση $y + 1 = 0$ σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ αμβλεία γωνία.
- ε. Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ με $A(1, 1)$, $B(2, 2)$ και $\Gamma(2, 0)$ είναι 2.

Μονάδες 20

Θέμα 2

Δίνεται η ευθεία $\varepsilon_1: y = x + 1$:

- α. Να γράψετε την εξίσωση ευθείας ε_2 που διέρχεται από το $A(1, 0)$ και είναι κάθετη στην ε_1
- β. Να βρείτε τα σημεία στα οποία οι δυο ευθείες τέμνουν τους άξονες.
- γ. Να βρείτε την απόσταση της αρχής των αξόνων από τις δύο ευθείες.
- δ. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζουν οι ευθείες με τον $x'x$.

Μονάδες 25

Θέμα 3

Δίνεται ότι το σημείο $A(2, 0)$ είναι μία κορυφή τετραγώνου και $B\Delta$ η διαγώνιος του, με εξίσωση $2x + y + 1 = 0$.

- α. Να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου $A\Gamma$.
- β. Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του.
- γ. Να βρείτε το εμβαδόν του.

Μονάδες 25

Θέμα 4

A. Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες της μορφής

$$(a^2 + 1)x + (a - 1)y - 3a^2 + a - 4 = 0$$

διέρχονται από το ίδιο σημείο.

B. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: 3x + y = 3$ και το σημείο $A(1, 2)$. Να βρείτε το συμμετρικό του A ως προς την ευθεία ε .

Γ. Να βρείτε τι παριστάνει η εξίσωση $4x^2 - y^2 + 4x + 6y - 8 = 0$.

Μονάδες 30

Να απαντήσετε σε ΌΛΑ τα θέματα

Καλή επιτυχία!

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

10-2-2018

ΤΜΗΜΑ: Β₆

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση , τη λέξη **Σωστό** , αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος .

1. Κάθε ευθεία της μορφής $A \cdot x + B \cdot y = 0$ με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$ διέρχεται από την αρχή των αξόνων .

Μονάδες 4

2. Οι ευθείες $y = 2 \cdot x - 1$ και $y = -2 \cdot x + 4$ σχηματίζουν με τον άξονα $x'x$ ισοσκελές τρίγωνο .

Μονάδες 4

3. Η απόσταση του σημείου $A(2, 1)$ από την ευθεία $y = -3$ είναι 4 .

Μονάδες 4

4. Για κάθε $\lambda \in \mathbf{R}$ η ευθεία με εξίσωση $(\lambda^2 + 2017) \cdot x - y + 2016 - \lambda = 0$ σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ αμβλεία γωνία .

Μονάδες 4

5. Το εμβαδόν του τριγώνου που ορίζει η ευθεία $\varepsilon : \alpha \cdot x + \beta \cdot y + \gamma = 0, \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \neq 0$ με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ είναι

$$E = \frac{\gamma^2}{2 \cdot |\alpha \cdot \beta|} .$$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η εξίσωση $(x + y + 1) + \kappa \cdot (x - y - 5) = 0$ (1) , με $\kappa \in \mathbb{R}$.

1. Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου κ η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία γραμμή .

Μονάδες 6

2. Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την εξίσωση (1) διέρχονται από σταθερό σημείο το οποίο και να βρεθεί .

Μονάδες 8

3. Να βρείτε την τιμή του κ , για την οποία η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία ε κάθετη στον άξονα $x'x$. Ποια είναι η εξίσωση της ευθείας ε ;

Μονάδες 5

4. Να βρείτε την τιμή του κ για την οποία η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία ζ που είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 2 \cdot x + 4$. Ποια είναι η εξίσωση της ευθείας ζ ;

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 + 2 \cdot (2 \cdot x + 2 \cdot y + x \cdot y) = 5$.

1. Να δείξετε ότι παριστάνει δύο ευθείες ε_1 , ε_2 παράλληλες μεταξύ τους

Μονάδες 10

2. Να βρείτε την απόσταση των δύο ευθειών .

Μονάδες 7

3. Να βρείτε την μεσοπαράλληλη ε των δύο ευθειών .

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4^ο

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται η κορυφή $A(1,2)$, η εξίσωση του ύψους

$B\Delta: x - 4 \cdot y - 5 = 0$ και η εξίσωση της διαμέσου

$\Gamma M: 3 \cdot x + 2 \cdot y + 3 = 0$

1. Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς $A\Gamma$ και τις συντεταγμένες της κορυφής Γ .

Μονάδες 10

2. Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς AB και της κορυφής B

Μονάδες 10

3. Αν E το σημείο τομής των ΓM και $B\Delta$ και οι συντεταγμένες των σημείων B και Γ είναι $B(-3, -2), \Gamma(3, -6)$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $EB\Gamma$.

Μονάδες 10

Καλή επιτυχία