

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

9-10-2016

ΤΜΗΜΑ: Β₄, Β₇, Β₁₀, ΣΤΕΦΑΝΟΠΟΥΛΟΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος.

1. Αν $\vec{\alpha} = (3, -5)$, $\vec{\beta} = (-6, 10)$ τότε $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$.

Μονάδες 4

2. Αν ισχύει $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$ τότε $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$.

Μονάδες 4

3. Αν ισχύει $\vec{\alpha} = -\vec{\beta}$ τότε $((\vec{\alpha}, \vec{\beta}) + (\vec{\beta}, \vec{\alpha})) = 2 \cdot \pi$.

Μονάδες 4

4. Αν $\vec{\alpha} = (1, -3)$, $\vec{\beta} = (-1, -3)$, $\vec{\gamma} = (2, -6)$ τότε ισχύει $\vec{\alpha} - \vec{\beta} = \vec{\gamma}$.

Μονάδες 4

5. Αν ισχύει $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$ τότε $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta}$.

Μονάδες 4

Β. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση σε κάθε μία από τις παρακάτω ερωτήσεις.

1. Αν $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Gamma\Delta}$ τότε από τις παρακάτω σωστή είναι:

i) $\overrightarrow{A\Gamma} = \overrightarrow{B\Delta}$ ii) $\overrightarrow{A\Delta} = \overrightarrow{\Gamma B}$ iii) $\overrightarrow{A\Gamma} = \overrightarrow{\Delta B}$ iv) $\overrightarrow{A\Delta} = \overrightarrow{B\Delta}$

Μονάδες 3

2. Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1 + \lambda, \nu - 2)$ και $\vec{\beta} = (2, 2)$ είναι ίσα τότε:
i) $\lambda = -1, \nu = 3$ ii) $\lambda = 1, \nu = 4$ iii) $\lambda = 1, \nu = -4$ iv) $\lambda = -2, \nu = 0$

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2^ο

Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ και Ο σημείο του επιπέδου. Θεωρούμε τα σημεία Α, Β, Γ που ορίζονται από τις ισότητες

$$\vec{OA} = \vec{\alpha} + 2 \cdot \vec{\beta} + 5 \cdot \vec{\gamma}, \vec{OB} = -\vec{\alpha} + 3 \cdot \vec{\beta} + 4 \cdot \vec{\gamma} \text{ και } \vec{OG} = 3 \cdot \vec{\alpha} + \vec{\beta} + 6 \cdot \vec{\gamma}$$

1. Να εκφράσετε τα διανύσματα \vec{AB}, \vec{AG} συναρτήσει των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$.

Μονάδες 5

2. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά.

Μονάδες 10

3. Να αποδείξετε ότι το σημείο Α είναι μέσο του τμήματος ΒΓ.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνονται τα διανύσματα

$\vec{OA} = 2 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}, \vec{OB} = 3 \cdot \vec{i} + \vec{j}, \vec{OG} = 5 \cdot \vec{i} - 5 \cdot \vec{j}$, όπου \vec{i} και \vec{j} είναι τα μοναδιαία διανύσματα των αξόνων x'x και y'y αντίστοιχα.

1. Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων \vec{AB} και \vec{BG} .

Μονάδες 12

2. Να εξετάσετε αν τα σημεία Α, Β, Γ μπορεί να είναι κορυφές τριγώνου.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4^ο

Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{AD} = \vec{\beta}$. Θεωρούμε το σημείο Ε στην πλευρά ΑΔ και το σημείο Ζ στην διαγώνιο ΑΓ έτσι ώστε $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{AD}$ και $\overrightarrow{AZ} = \frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{AG}$. Να αποδείξετε ότι :

1. $\overrightarrow{AZ} = \frac{1}{4} \cdot (\vec{\alpha} + \vec{\beta})$.

Μονάδες 8

2. $\overrightarrow{EZ} = \frac{1}{4} \cdot \left(\vec{\alpha} - \frac{1}{3} \cdot \vec{\beta} \right)$ και να υπολογίσετε συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ το διάνυσμα \overrightarrow{EB} .

Μονάδες 12

3. τα σημεία Ε, Ζ, Β είναι συνευθειακά.

Μονάδες 5

Καλή επιτυχία

Κυριακή 9 Οκτωβρίου 2016
Γραπτή δοκιμασία στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης
Β' Λυκείου

Θέμα Α

A1 Να σχεδιάσετε και να γράψτε με τι ισούται η διανυσματική ακτίνα μέσου τμήματος.

A2 Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες:

α. Αν $\lambda \cdot \vec{a} = \vec{0}$ τότε $\lambda = 0$ ή $\vec{a} = \vec{0}$.

β. Αν $AB\Gamma$ ισόπλευρο τρίγωνο, τότε $\vec{AB} = \vec{A\Gamma}$.

γ. Αν $\vec{AB} = 2\vec{BC}$ τότε το B βρίσκεται ανάμεσα στα A και C .

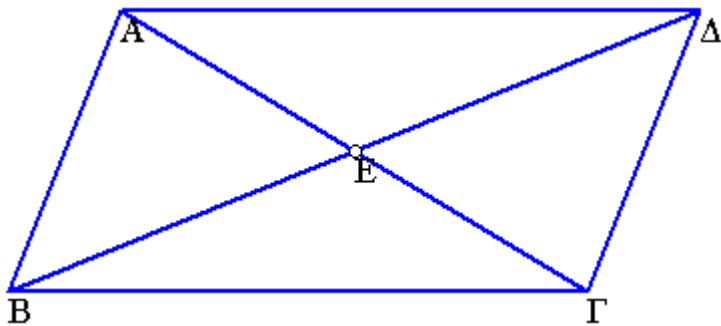
δ. Έστω τρίγωνο ABO . Ισχύει $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$

ε. Αν το διάνυσμα $2\vec{a} - \vec{b}$ είναι συγγραμικό του \vec{a} , τότε το $2\vec{a} - \vec{b}$ είναι συγγραμικό του \vec{b} .

Μονάδες 25

Θέμα Β

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$.



α. Εκφράστε το διάνυσμα $\vec{B\Delta}$ ως προς τα διανύσματα \vec{AB} και $\vec{B\Gamma}$.

β. Εκφράστε το διάνυσμα $\vec{E\Delta}$ ως προς τα διανύσματα \vec{AB} και $\vec{B\Gamma}$.

γ. Εκφράστε το διάνυσμα $\vec{A\Gamma}$ ως προς τα διανύσματα \vec{AB} και $\vec{B\Gamma}$.

δ. Εκφράστε το διάνυσμα $2\vec{A\Gamma}$ ως προς τα διανύσματα \vec{AB} και $\vec{B\Gamma}$.

Μονάδες 25

Θέμα Γ

Έστω K, A, B, Γ σημεία του επιπέδου για τα οποία ισχύει $5\vec{KA} + 3\vec{KB} = 8\vec{K\Gamma}$.

α. Δείξτε ότι τα A,B και Γ είναι συνευθειακά.

β. Αν $|\overrightarrow{B\Gamma}| = 10$, να υπολογίσετε τα $|\overrightarrow{AB}|$ και $|\overrightarrow{A\Gamma}|$.

Μονάδες 25

Θέμα Δ

α. Να βρεθεί σημείο M στο επίπεδο τριγώνου ABG τέτοιο ώστε

$$2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MG} = 0$$

β. Να βρεθεί σημείο M στο επίπεδο παραλληλογράμμου $ABGD$ τέτοιο ώστε

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MB}$$

Μονάδες 25

Να απαντήσετε σε ΌΛΑ τα θέματα

Καλή επιτυχία!

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΜΗΜΑ : Β₁ , Β₃ , Β₆
9/10/2016

ΘΕΜΑ 1°

- A.** Να αποδειχθεί ότι αν AB ευθύγραμμο τμήμα και O ένα σημείο αναφοράς, τότε για την διανυσματική ακτίνα του μέσου M του AB ισχύει:

$$\vec{OM} = \frac{\vec{OA} + \vec{OB}}{2}$$

(Μονάδες 05)

- B.** Να συμπληρώσετε με 'Σ' ή 'Λ' για σωστό ή λάθος αντίστοιχα στις παρακάτω προτάσεις:

Αν ABΓ ισόπλευρο τρίγωνο και AM διάμεσος τότε ισχύουν:

- i.** $\vec{AB} - \vec{GB} = \vec{GA}$
- ii.** Αν M μέσο BΓ τότε $\vec{BA} + \vec{GA} = 2 \cdot \vec{MA}$
- iii.** Ισχύει ότι $(\vec{AB}, \vec{BG}) = 60^\circ$
- iv.** Ισχύει ότι $(\vec{BA}, \vec{GA}) = 120^\circ$
- v.** Ισχύει ότι $\vec{BM} = -\frac{1}{2}\vec{GB}$

(Μονάδες 10)

- Γ.** Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

- i.** Αν $\vec{a} = 5\vec{j} - 3\vec{i}$ τότε $\vec{a} = (\dots, \dots)$
- ii.** Αν $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j}$ τότε $|\vec{a}| = \dots$
- iii.** Αν $\vec{a}, \vec{\beta}$ είναι μη μηδενικά και μη παράλληλα διανύσματα και ισχύει: $(\kappa + 1)\vec{a} + (\lambda - 2)\vec{\beta} = \vec{0}$ τότε $\kappa = \dots$ και $\lambda = \dots$
- iv.** Αν $A(1, -2), B(3, -1), \Gamma(-1, 1)$ τότε $\det(\vec{AB}, \vec{B\Gamma}) = \dots$
- v.** Αν M(5, -3) μέσο AB και A(-2, 6) τότε B(.....).

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2°

A. Αν για τα διανύσματα \vec{a} , $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$, $\vec{\delta}$ ισχύει $\vec{a} + \vec{\beta} - \vec{\gamma} = \vec{0}$ και $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{\beta}| = 2$, $|\vec{\gamma}| = 6$ και $|\vec{\delta}| = 8$, τότε:

i. Ναδειχθεί ότι τα διανύσματα \vec{a} , $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$ είναι ομόρροπα. (Μονάδες 08)

ii. Ναδειχθεί ότι $\vec{a} + \vec{\beta} + \vec{\delta} \neq \vec{0}$ (Μονάδες 05)

B. Έστω ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο με $A(1, -1)$, $B(4, -5)$ και $\Gamma(5, -3)$ και Κ το σημείο τομής των διαγωνίων. Να βρεθούν οι συντεταγμένες των Κ και Δ.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και σημεία Δ, Ζ, Ε, ώστε $\vec{A\Delta} = \frac{1}{2}\vec{AB}$, $\vec{\Gamma Z} = -\frac{1}{3}\vec{A\Gamma}$ και $\vec{\Gamma E} = \vec{B\Gamma}$. Αν $\vec{AB} = \vec{a}$ και $\vec{A\Gamma} = \vec{\beta}$ τότε :

i. Να εκφράσετε τα $\vec{B\Gamma}$, $\vec{\Delta Z}$, $\vec{\Delta E}$ συναρτήσει των $\vec{a}, \vec{\beta}$. (Μονάδες 08)

ii. Δείξτε ότι τα σημεία Δ, Ζ, Ε είναι συνευθειακά. (Μονάδες 09)

iii. Αν ισχύει $\kappa \vec{A\Delta} + \lambda \vec{\Gamma Z} + \vec{B\Gamma} = \vec{0}$, να βρείτε τα κ, λ. (Μονάδες 08)

ΘΕΜΑ 4°

Έστω τα διανύσματα \vec{a} , $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύουν $3\vec{a} + 2\vec{\beta} = (-2, 9)$, $2\vec{a} - \vec{\beta} = (8, -1)$.

i. Να δείξετε ότι $\vec{a} = (2, 1)$ και $\vec{\beta} = (-4, 3)$ (Μονάδες 07)

ii. Να γράψετε το $\vec{\gamma} = (-10, 10)$ ως γραμμικό συνδυασμό των \vec{a} , $\vec{\beta}$. (Μονάδες 08)

iii. Να βρεθεί διάνυσμα \vec{u} με $|\vec{u}| = 1$ αντίρροπο με το διάνυσμα $\vec{\beta}$. (Μονάδες 10)

Να έχετε επιτυχία!