

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

11-2-2017

ΤΜΗΜΑ: Β<sub>4</sub>, Β<sub>7</sub>, Β<sub>10</sub>

ΣΤΕΦΑΝΟΠΟΥΛΟΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

## ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος.

1. Κάθε ευθεία της μορφής  $A \cdot x + B \cdot y = 0$  με  $A \neq 0$  ή  $B \neq 0$  διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

**Μονάδες 4**

2. Οι ευθείες  $y = 2 \cdot x - 1$  και  $y = -2 \cdot x + 4$  σχηματίζουν με τον άξονα  $x'x$  ισοσκελές τρίγωνο.

**Μονάδες 4**

3. Η απόσταση του σημείου  $A(2, 1)$  από την ευθεία  $y = -3$  είναι 4.

**Μονάδες 4**

4. Για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  η ευθεία με εξίσωση  $(\lambda^2 + 2017) \cdot x - y + 2016 - \lambda = 0$  σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  αμβλεία γωνία.

**Μονάδες 4**

5. Το εμβαδόν του τριγώνου που ορίζει η ευθεία  $\varepsilon: \alpha \cdot x + \beta \cdot y + \gamma = 0, \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \neq 0$  με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  είναι

$$E = \frac{\gamma^2}{2 \cdot |\alpha \cdot \beta|}.$$

**Μονάδες 4**

## ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Δίνεται η εξίσωση  $(x + y + 1) + \kappa \cdot (x - y - 5) = 0$  (1) , με  $\kappa \in \mathbb{R}$  .

1. Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου  $\kappa$  η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία γραμμή .

**Μονάδες 6**

2. Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την εξίσωση (1) διέρχονται από σταθερό σημείο το οποίο και να βρεθεί .

**Μονάδες 8**

3. Να βρείτε την τιμή του  $\kappa$  , για την οποία η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία  $\varepsilon$  κάθετη στον άξονα  $x'x$  . Ποια είναι η εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon$  ;

**Μονάδες 5**

4. Να βρείτε την τιμή του  $\kappa$  για την οποία η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία  $\zeta$  που είναι παράλληλη στην ευθεία  $y = 2 \cdot x + 4$  . Ποια είναι η εξίσωση της ευθείας  $\zeta$  ;

**Μονάδες 6**

## ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 + 2 \cdot (2 \cdot x + 2 \cdot y + x \cdot y) = 5$  .

1. Να δείξετε ότι παριστάνει δύο ευθείες  $\varepsilon_1$  ,  $\varepsilon_2$  παράλληλες μεταξύ τους

**Μονάδες 10**

2. Να βρείτε την απόσταση των δύο ευθειών .

**Μονάδες 7**

3. Να βρείτε την μεσοπαράλληλη  $\varepsilon$  των δύο ευθειών .

**Μονάδες 8**

### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  δίνονται η κορυφή  $A(1,2)$ , η εξίσωση του ύψους  $BD: x - 4 \cdot y - 5 = 0$  και η εξίσωση της διαμέσου  $GM: 3 \cdot x + 2 \cdot y + 3 = 0$

1. Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς  $AG$  και τις συντεταγμένες της κορυφής  $\Gamma$ .

**Μονάδες 10**

2. Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου  $M$  της πλευράς  $AB$  και της κορυφής  $B$

**Μονάδες 10**

3. Αν  $E$  το σημείο τομής των  $GM$  και  $BD$  και οι συντεταγμένες των σημείων  $B$  και  $\Gamma$  είναι  $B(-3, -2), \Gamma(3, -6)$ , να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $EB\Gamma$ .

**Μονάδες 10**

*Καλή επιτυχία*

Σαββατο 11 Φεβρουαρίου 2017  
Γραπτή εξέταση στα  
Μαθηματικά Κατεύθυνσης Β' Λυκείου

**Θέμα 1**

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λάθος.

- α. Το σημείο  $(-1, 0)$  ανήκει στην ευθεία με εξίσωση  $y = 2021x + 2021$
- β. Το διάνυσμα  $\vec{v}(\alpha, \beta)$  είναι κάθετο στην ευθεία  $\beta x + \alpha y + 2017 = 0$
- γ. Η απόσταση του  $O(0, 0)$  από την ευθεία  $x = 7$  είναι 0.
- δ. Η ευθεία με εξίσωση  $y + 1 = 0$  σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  αμβλεία γωνία.
- ε. Το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$  με  $A(1, 1)$ ,  $B(2, 2)$  και  $\Gamma(2, 0)$  είναι 2.

Μονάδες 20

**Θέμα 2**

Δίνεται η ευθεία  $\varepsilon_1: y = x + 1$ :

- α. Να γράψετε την εξίσωση ευθείας  $\varepsilon_2$  που διέρχεται από το  $A(1, 0)$  και είναι κάθετη στην  $\varepsilon_1$
- β. Να βρείτε τα σημεία στα οποία οι δυο ευθείες τέμνουν τους άξονες.
- γ. Να βρείτε την απόσταση της αρχής των αξόνων από τις δύο ευθείες.
- δ. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζουν οι ευθείες με τον  $x'x$ .

Μονάδες 25

**Θέμα 3**

Δίνεται ότι το σημείο  $A(2, 0)$  είναι μία κορυφή τετραγώνου και  $B\Delta$  η διαγώνιος του, με εξίσωση  $2x + y + 1 = 0$ .

- α. Να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου  $A\Gamma$ .
- β. Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του.
- γ. Να βρείτε το εμβαδόν του.

Μονάδες 25

#### Θέμα 4

A. Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες της μορφής

$$(a^2 + 1)x + (a - 1)y - 3a^2 + a - 4 = 0$$

διέρχονται από το ίδιο σημείο.

B. Δίνεται η ευθεία  $\varepsilon: 3x + y = 3$  και το σημείο  $A(1, 2)$ . Να βρείτε το συμμετρικό του A ως προς την ευθεία  $\varepsilon$ .

Γ. Να βρείτε τι παριστάνει η εξίσωση  $4x^2 - y^2 + 4x + 6y - 8 = 0$ .

Μονάδες 30

Να απαντήσετε σε ΌΛΑ τα θέματα

Καλή επιτυχία!

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΤΜΗΜΑ Β<sub>1</sub>, Β<sub>3</sub>, Β<sub>6</sub>**  
**11-2-2017**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

- i.** Η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία  $A(5,1)$  και  $B(5,3)$  έχει εξίσωση .....
- ii.** Η ευθεία που διέρχεται από το σημείο  $A(3,-2)$  και σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με τον ημιάξονα  $Ox$  έχει εξίσωση .....
- iii.** Αν  $A(0,1)$ ,  $B(-1,2)$  και  $\Gamma(4,1)$  τότε  $(AB\Gamma)=\dots\dots\dots$
- iv.** Η απόσταση των ευθειών  $y=2x+3$  και  $4x-2y+8=0$  είναι .....
- v.** Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων  $M(3+2\lambda,-2+\lambda)$  είναι η ευθεία .....

(Μονάδες 25)

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Δίνονται οι ευθείες  $(\epsilon_1): kx+(2-k)y-1=0$ , και  $(\epsilon_2): (k-1)x+(k+3)y-14=0$  οι οποίες είναι κάθετες.

- i.** Να βρείτε την τιμή του  $k$ .

(Μονάδες 10)

- ii.** Αν η ευθεία  $(\epsilon_3): \lambda x+(\lambda-1)y-4=0$  και  $(\epsilon_1)$ ,  $(\epsilon_2)$ ,  $(\epsilon_3)$  διέρχονται από το ίδιο σημείο, τότε να βρείτε τον αριθμό  $\lambda$  και την οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες  $(\epsilon_1)$ ,  $(\epsilon_3)$ .

(Μονάδες 15)

**ΘΕΜΑ 3°**

Έστω η εξίσωση  $(2\lambda^2 + \lambda - 3)x - (\lambda^2 + \lambda - 2)y - 5\lambda^2 - 3\lambda + 8 = 0$

**i.** Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  παριστάνει:

**α)** ευθεία

**β)** ευθεία παράλληλη με  $xx'$

**γ)** ευθεία παράλληλη με  $yy'$

**δ)** ευθεία που διέρχεται από το  $(0,0)$

(Μονάδες 08)

**ii.** Δείξτε ότι οι ευθείες που ορίζονται από την παραπάνω εξίσωση διέρχονται από σταθερό σημείο το οποίο και να βρείτε.

(Μονάδες 10)

**iii.** Βρείτε την ευθεία της παραπάνω οικογένειας ευθειών που σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με τον  $Ox$ , καθώς και το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει τους άξονες  $xx'$  και  $yy'$ .

(Μονάδες 07)

**ΘΕΜΑ 4°**

Έστω η εξίσωση  $2x^2 - 5xy + 2y^2 = 0$ .

**i.** Δείξτε ότι η εξίσωση παριστάνει τις ευθείες  $(\epsilon_1): y=2x$  και  $(\epsilon_2): x-2y=0$ .

(Μονάδες 08)

**ii.** Βρείτε την εξίσωση της διχοτόμου της οξείας γωνίας των  $(\epsilon_1)$  και  $(\epsilon_2)$ .

(Μονάδες 07)

**iii.** Βρείτε την εξίσωση ευθείας που διέρχεται από το  $M(2,2)$  και τέμνει τις ευθείες  $(\epsilon_1)$  και  $(\epsilon_2)$  στα σημεία  $A, B$  αντίστοιχα ώστε  $M$  μέσο του  $AB$ .

(Μονάδες 10)

**Καλή τύχη!**