

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

29-3-2015

ΤΜΗΜΑ: Β₁, Β₇, Β₉

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση , τη λέξη **Σωστό** , αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος .

1. Κάθε ευθεία της μορφής $A \cdot x + B \cdot y = 0$ με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$ διέρχεται από την αρχή των αξόνων .

Μονάδες 4

2. Οι ευθείες $y = 2 \cdot x - 1$ και $y = -2 \cdot x + 4$ σχηματίζουν με τον άξονα $x'x$ ισοσκελές τρίγωνο .

Μονάδες 4

3. Η απόσταση του σημείου $A(2, 1)$ από την ευθεία $y = -3$ είναι 4 .

Μονάδες 4

4. Ο κύκλος $x^2 + y^2 = 4$ και η ευθεία $y = 2 \cdot x$ εφάπτονται .

Μονάδες 4

5. Η εξίσωση $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + \lambda^2 = 0$, όπου λ πραγματικός αριθμός , παριστάνει κύκλο με κέντρο το σημείο $A(1, 2)$.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η εξίσωση $(x + y + 1) + \kappa \cdot (x - y - 5) = 0$ (1) , με $\kappa \in \mathbb{R}$.

1. Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου κ η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία γραμμή .

Μονάδες 6

2. Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την εξίσωση (1) διέρχονται από σταθερό σημείο το οποίο και να βρεθεί .

Μονάδες 8

3. Να βρείτε την τιμή του κ , για την οποία η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία ε κάθετη στον άξονα $x'x$. Ποια είναι η εξίσωση της ευθείας ε ;

Μονάδες 6

4. Να βρείτε την τιμή του κ για την οποία η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία ζ που είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 2 \cdot x + 4$. Ποια είναι η εξίσωση της ευθείας ζ ;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η εξίσωση

$$2 \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 + (2 \cdot \lambda - 4) \cdot x + (2 \cdot \lambda + 4) \cdot y + \lambda^2 = 0 \quad (1) , \lambda \in \mathbb{R} .$$

1. Να αποδείξετε ότι για τις διάφορες τιμές του λ η εξίσωση (1) παριστάνει ίσους κύκλους .

Μονάδες 8

2. Να αποδείξετε ότι τα κέντρα των παραπάνω κύκλων είναι σημεία της ευθείας (ε) με εξίσωση $x - y - 2 = 0$.

Μονάδες 7

3. Να αποδείξετε ότι όλοι οι κύκλοι της μορφής (1) εφάπτονται δύο ευθειών (δ_1) , (δ_2) των οποίων να βρείτε τις εξισώσεις .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4^ο

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται η κορυφή $A(1,2)$, η εξίσωση του ύψους $B\Delta: x - 4 \cdot y - 5 = 0$ και η εξίσωση της διαμέσου $\Gamma M: 3 \cdot x + 2 \cdot y + 3 = 0$

1. Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς $A\Gamma$ και τις συντεταγμένες της κορυφής Γ .

Μονάδες 8

2. Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς AB και της κορυφής B

Μονάδες 8

3. Αν E το σημείο τομής των ΓM και $B\Delta$ και οι συντεταγμένες των σημείων B και Γ είναι $B(-3, -2), \Gamma(3, -6)$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $EB\Gamma$.

Μονάδες 6

4. Δίνεται η γραμμή C με εξίσωση $x^2 + y^2 + \lambda \cdot x + (\lambda + 8) \cdot y + 3 = 0$ (1)
Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει κύκλο για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ και βρείτε την τιμή του λ , ώστε ο κύκλος (1) να έχει διάμετρο την πλευρά $B\Gamma$.

Μονάδες 8

Καλή επιτυχία