

ΑΛΓΕΒΡΑ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

26-1-2020

ΤΜΗΜΑ : Β₅, Β₆

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A . Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στο τετράδιό σας , δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση , τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος .

1. Κάθε σταθερό μη μηδενικό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού .
Μονάδες 2

2. Το πολυώνυμο $x + 1$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου

$$P(x) = (x^2 - 1)^{2020} + 2020 \cdot x + 2020 .$$

Μονάδες 2

3. Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το x είναι ίσο με τον σταθερό όρο του πολυωνύμου .

Μονάδες 2

4. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $\eta\mu A = \frac{1}{2}$, τότε $\hat{A} = 30^\circ$.

Μονάδες 2

5. Ισχύει $\eta\mu^2 x + \eta\mu^2 \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = 1$.

Μονάδες 2

6. Αν ισχύει $\eta\mu(\alpha + \beta) = 1$ τότε $\sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta) = 0$.

Μονάδες 2

7. Ένα μη γραμμικό σύστημα έχει υποχρεωτικά μία , καμία ή άπειρες λύσεις .

Μονάδες 2

8. Η συνάρτηση $f(x) = x^3 + x - 1$ είναι περιττή .

Μονάδες 2

9. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 3 \cdot (x - 4)^2 - 2$ προκύπτει από την γραφική παράσταση της συνάρτησης $\phi(x) = 3 \cdot x^2$ από μία οριζόντια μετατόπιση κατά 4 μονάδες προς τα δεξιά και από μία κατακόρυφη μετατόπιση κατά 2 μονάδες προς τα κάτω .

Μονάδες 2

10. Αν ένα γραμμικό σύστημα 2×2 έχει μοναδική λύση τότε $D=0$ και $D_x \neq 0$ και $D_y \neq 0$.

Μονάδες 2

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση σε κάθε μία από τις παρακάτω ερωτήσεις .

1. Η εξίσωση $\eta\mu x = \pi$ έχει τις εξής λύσεις

- α) $x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi + \pi$, $x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi$, με $\kappa \in \mathbb{Z}$
- β) $x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi + \pi$, $x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi - \pi$, με $\kappa \in \mathbb{Z}$
- γ) $x = \kappa \cdot \pi + \pi$, με $\kappa \in \mathbb{Z}$
- δ) είναι αδύνατη

Μονάδες 2

2. Το $\eta\mu\left(\frac{21 \cdot \pi}{2} + \omega\right)$ είναι ίσο με:

- α) $-\eta\mu\omega$
- β) $\eta\mu\omega$
- γ) $-\sigma\upsilon\nu\omega$
- δ) $\sigma\upsilon\nu\omega$

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2^ο

Να λυθούν οι εξισώσεις :

1. $\frac{1}{2 \cdot \eta\mu x} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Μονάδες 7

2. $-2 \cdot \eta\mu^2 x + 5 \cdot \sigma\upsilon\nu x - 1 = 0$

Μονάδες 8

3. $2 \cdot \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x - 3 \cdot \eta\mu x - 3 \cdot \sigma\upsilon\nu x + 1 = 0$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3^ο

A. 1. Να βρείτε το υπόλοιπο και το πηλίκο της διαίρεσης

$$(x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 2) : (x - 3)$$

Μονάδες 6

2. Αν $P(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x + \lambda$ να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η διαίρεση $P(x) : (x - 3)$ να έχει υπόλοιπο 3.

Μονάδες 6

B. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - (\alpha + 3) \cdot x^2 + (2 \cdot \beta + 1) \cdot x - 2\alpha$ όπου α, β πραγματικοί αριθμοί.

1. Αν ο αριθμός 2 είναι ρίζα του πολυωνύμου και το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου με το $x + 1$ είναι -18, να βρεθούν τα α και β .

Μονάδες 8

2. Για $\alpha = 2$ και $\beta = \frac{7}{2}$, να γίνει η διαίρεση του $P(x)$ με το πολυώνυμο $x^2 + 1$ και να γραφεί το $P(x)$ με την ταυτότητα της ευκλείδιας διαίρεσης .

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται το σύστημα
$$\begin{cases} \eta\mu(\pi + \theta) \cdot x + \sigma\upsilon\nu(-\theta) \cdot y = 1 \\ \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot x + \eta\mu(\pi - \theta) \cdot y = 1 \end{cases}, \theta \in \mathbb{R}$$

1. Να δείξετε ότι η μοναδική λύση του συστήματος είναι $(x, y) = (\sigma\upsilon\nu\theta - \eta\mu\theta, \eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta), \theta \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 15

2. Να λύσετε την εξίσωση $x + y = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu^2\theta$, αν $\theta \in [0, \pi]$

Μονάδες 10

Καλή επιτυχία

ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

26 / 1 / 2020

Τμήματα: Β₁, Β₂, ΒΙ₁

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι : **α)** $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ **β)** $\epsilon\varphi(\alpha + \beta) = \frac{\epsilon\varphi\alpha + \epsilon\varphi\beta}{1 - \epsilon\varphi\alpha \times \epsilon\varphi\beta}$.

Μονάδες 8

A2. Πότε μια συνάρτηση ονομάζεται περιοδική.

Μονάδες 7

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η συνάρτηση $f(x) = \alpha \times \eta\mu(\alpha x)$, με $\alpha \neq 0$, παρουσιάζει μέγιστο ίσο με $|\alpha|$, ελάχιστο ίσο με $-|\alpha|$ και είναι περιοδική με περίοδο $T = \frac{2\pi}{|\alpha|}$.

Μονάδες 2

β) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 3 + \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{2}$ προκύπτει από την γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \sigma\upsilon\nu(2x)$ με μετακίνησή της κατά 3 μονάδες προς τα πάνω και κατά $\frac{\pi}{2}$ μονάδες προς τα δεξιά.

Μονάδες 2

γ) Η συνάρτηση $f(x) = \sin x$ είναι άρτια συνάρτηση ενώ η συνάρτηση $f(x) = \frac{\sin x}{2}$ είναι περιττή.

Μονάδες 2

δ) Ισχύει για κάθε γωνία α ότι $\eta\mu\frac{\alpha\pi}{3} - \alpha\frac{\ddot{\circ}}{\theta} = \sigma\upsilon\nu\frac{\alpha\pi}{6} + \alpha\frac{\ddot{\circ}}{\theta}$.

Μονάδες 2

ε) Ισχύει ότι $\eta\mu(100^\circ) < \eta\mu(110^\circ)$.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \alpha + \beta \times \eta\mu(\gamma x)$, με $\beta, \gamma > 0$, η οποία παρουσιάζει μέγιστο ίσο με 2, ελάχιστο ίσο με 1 και είναι περιοδική με περίοδο $T = \pi$.

B1. Να δείξετε ότι $\alpha = \frac{3}{2}$, $\beta = \frac{1}{2}$ και $\gamma = 2$.

Μονάδες 6

B2. Αν μια συνάρτηση g έχει γραφική παράσταση που προκύπτει με μετακίνηση της γραφικής παράστασης της f κατά $\frac{\pi}{4}$ μονάδες προς τα αριστερά και κατά 1 μονάδα προς τα κάτω, τότε να δείξετε ότι :

α) $g(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu 2x + 1}{2}$

β) Οι γραφικές παραστάσεις των f και g δεν τέμνονται.

Μονάδες 6+6

B3. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f στο διάστημα μιας περιόδου.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αν $A = \frac{\sin(2\pi - \theta) \times \cos(-765^\circ) \times \sin\left(\frac{7\pi}{2} + \theta\right) + \cos\left(\frac{11\pi}{2} + \theta\right) \times \sin(810^\circ + \theta)}{\sin(-930^\circ) \times \sin(\theta - 5\pi) \times \sin\left(\frac{11\pi}{2} - \theta\right) \times \cos(13\pi + \theta)}$, τότε να βρείτε την τιμή της.

Μονάδες 8

Γ2. Αν η γωνία $x \in [0, 2\pi)$, τότε να υπολογίσετε την τιμή της σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

α) $(\eta\mu x)^{2020} - (\sigma\upsilon\nu x)^{2020} = 1.$

β) $\eta\mu(\sigma\upsilon\nu x) \times \sigma\upsilon\nu(\eta\mu x) = \eta\mu(\eta\mu x) \times \sigma\upsilon\nu(\sigma\upsilon\nu x)$

Μονάδες 4+4

Γ3. Να αποδείξετε ότι :

α) Αν $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ κτ + $\frac{\pi}{2}$, όπου $\kappa \in \mathbb{Z}$ με $\alpha + \beta + \gamma = 0$, τότε να αποδείξετε ότι ισχύει $\epsilon\phi\alpha + \epsilon\phi\beta + \epsilon\phi\gamma = \epsilon\phi\alpha \times \epsilon\phi\beta \times \epsilon\phi\gamma.$

β) Αν $AB\Gamma$ τρίγωνο και ισχύουν οι σχέσεις $\sigma\upsilon\nu B + \sigma\upsilon\nu \Gamma = \sqrt{3}$ και $\eta\mu B + \eta\mu \Gamma = 1$ τότε να υπολογίσετε το $\sigma\upsilon\nu(B - \Gamma)$ και να δείξετε ότι $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 4+5

ΘΕΜΑ Δ

Έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{1 - 2\eta\mu^2 x}{1 + \eta\mu x}.$

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f καθώς και τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες xx' και yy' εφόσον υπάρχουν.

Μονάδες 9

Δ2. Να λυθεί στο διάστημα $[0, 2\pi)$ η εξίσωση $f(x) = 1$.

Μονάδες 8

Δ3. Να λυθεί η εξίσωση $\varepsilon\varphi\frac{\pi}{4} - x\frac{\pi}{\theta} + \sigma\varphi\frac{\pi}{4} - x\frac{\pi}{\theta} = 2 \times f(\pi)$.

Μονάδες 8

Να έχετε επιτυχία!

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Τμήματα:

B_3 B_4 B_{01} B_{12}

ΘΕΜΑ 1

A: Πότε μία συνάρτηση είναι άρτια. (Μον. 5)

B: Πότε μία συνάρτηση είναι περιοδική. (Μον. 5)

Γ: Να χαρακτηρίσετε με (Σ) ή (Λ) τις προτάσεις:

- 1) Μία άρτια συνάρτηση είναι και γνησίως μονότονη.
- 2) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\Phi(x) = f(x+3)$ είναι η ίδια με την γραφική παράσταση της f μετατοπισμένη κατά 3 μονάδες δεξιά στον άξονα των τετμημένων.
- 3) Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα και $f(2x-2) < f(x+3)$ τότε είναι $x < 5$.
- 4) Υπάρχει γωνία ω ώστε να ισχύει $\eta\mu\omega = \sigma\upsilon\omega = 0$.
- 5) Ισχύει $\eta\mu(25\pi + \omega) = \eta\mu\omega$. (Μον. 15)

ΘΕΜΑ 2

A: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{16-x^2}$

- 1) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση είναι άρτια. (Μον. 5)
- 2) Να βρείτε την μονοτονία της. (Μον. 5)
- 3) Να συγκρίνεται τους αριθμούς: $f\left(\frac{1}{1821}\right)$ και $f\left(\frac{1}{2017}\right)$. (Μον. 5)

B: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2 + 3\eta\mu\frac{x}{2}$.

- 1) Να βρείτε την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της καθώς και την περίοδό της.
- 2) Να κάνετε την γραφική της παράσταση κατά μήκος μίας περιόδου. (Μον 10)

ΘΕΜΑ 3

A: Να αποδείξετε τις παρακάτω ταυτότητες:

- 1) $\sigma\upsilon\nu^2\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu^2\beta - \eta\mu^2\alpha \cdot \eta\mu^2\beta = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\beta$. (Μον. 6)
- 2) $\eta\mu^2 24^\circ + \eta\mu^2 66^\circ + \eta\mu^2 55^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 125^\circ = 2$ (Μον. 7)

B: Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

- 1) $(2\eta\mu x + 1) \cdot (2\sigma\upsilon\nu x + 1) = 0$ (Μον. 6)
- 2) $\epsilon\phi\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \sigma\phi x$ (Μον. 6)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha x + \beta$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

1) Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από τα σημεία $A(1,2)$ και $B(5,8)$ να αποδείξετε ότι $\alpha = \frac{3}{2}$ και $\beta = \frac{1}{2}$ (Μον. 8)

2) Αν $g(x)$ είναι η συνάρτηση που προκύπτει από την μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f οριζόντια κατά 1 μονάδα προς τα αριστερά και κατακόρυφα κατά 3 μονάδες προς τα κάτω, να βρείτε τον τύπο της g . (Μον. 7)

3) Αν $h(x) = \frac{3}{2}(x-1)$ είναι η συνάρτηση που προκύπτει από την μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f κατά κ μονάδες προς τα δεξιά και κατακόρυφα κατά $\frac{\kappa}{2}$ μονάδες προς τα κάτω, να βρείτε το κ ($\kappa > 0$). (Μον. 10)