

ΑΛΓΕΒΡΑ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

8-12-2018

ΤΜΗΜΑ: Β₅, Β₀₂, Β₁₂

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος.

1. Αν $\varepsilon\varphi\omega = \frac{5}{4}$ τότε $\sigma\varphi\omega = \frac{5}{4}$

Μονάδες 2

2. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\eta\mu\hat{A} = \frac{1}{2}$, τότε $\hat{A} = 30^\circ$.

Μονάδες 2

3. Ισχύει $\eta\mu^2 x + \eta\mu^2 \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = 1$.

Μονάδες 2

4. Αν ισχύει $\eta\mu(\alpha + \beta) = 1$ τότε $\sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta) = 0$.

Μονάδες 2

5. $\varepsilon\phi 480^\circ = -\sqrt{3}$

Μονάδες 2

6. Η συνάρτηση $f(x) = 3 \cdot \eta\mu(4 \cdot x)$ έχει περίοδο $T = \frac{\pi}{4}$

Μονάδες 2

7. Ένα μη γραμμικό σύστημα έχει υποχρεωτικά μία , καμία ή άπειρες λύσεις .

Μονάδες 2

8. Η συνάρτηση $f(x) = x^3 + x + 1$ είναι άρτια

Μονάδες 2

9. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 3 \cdot (x - 4)^2 - 2$

προκύπτει από την γραφική παράσταση της συνάρτησης

$\phi(x) = 3 \cdot x^2$ από μία οριζόντια μετατόπιση κατά 4 μονάδες προς τα δεξιά και από μία κατακόρυφη μετατόπιση κατά 2 μονάδες προς τα κάτω .

Μονάδες 2

10. Αν ένα γραμμικό σύστημα 2×2 έχει μοναδική λύση τότε $D=0$ και $D_x \neq 0$ και $D_y \neq 0$.

Μονάδες 2

B . Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση σε κάθε μία από τις παρακάτω ερωτήσεις .

1. Η εξίσωση $\eta\mu x = \pi$ έχει τις εξής λύσεις

α) $x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi + \pi, x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi$ με $\kappa \in \mathbb{Z}$

β) $x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi + \pi, x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi - \pi$ με $\kappa \in \mathbb{Z}$

γ) $x = \kappa \cdot \pi + \pi$ με $\kappa \in \mathbb{Z}$

δ) είναι αδύνατη

Μονάδες 3

2. Αν $D \neq 0$ και $D=D_x, D=2 \cdot D_y$, τότε η λύση του συστήματος είναι:

α) $(1,1)$ β) $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ γ) $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ δ) $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$ ε) $(-1, -1)$

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Να βρεθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας ω αν γνωρίζετε

$$\text{ότι } \sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{4}{5} \text{ και } \frac{\pi}{2} < \omega < \pi .$$

Μονάδες 10

B. Να λυθούν οι εξισώσεις :

1. $\eta\mu x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Μονάδες 5

2. $-2 \cdot \eta\mu^2 x + 5 \cdot \sigma\upsilon\nu x - 1 = 0$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται το σύστημα
$$\begin{cases} \eta\mu(\pi + \theta) \cdot x + \sigma\upsilon\nu(-\theta) \cdot y = 1 \\ \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot x + \eta\mu(\pi - \theta) \cdot y = 1 \end{cases}, \theta \in \mathbb{R}$$

1. Να δείξετε ότι η μοναδική λύση του συστήματος είναι

$$(x, y) = (\sigma\upsilon\nu\theta - \eta\mu\theta, \eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta), \theta \in \mathbb{R} .$$

Μονάδες 15

2. Να λύσετε την εξίσωση $x + y = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu^2\theta$, αν $\theta \in [0, \pi]$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4^ο

A. Να απλοποιηθεί η παράσταση :

$$A = \frac{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{13\pi}{2} + \omega\right) \cdot \eta\mu(5\pi + \omega) \cdot \epsilon\phi\left(\frac{3\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\phi\left(\frac{17\pi}{2} + \omega\right)}{\eta\mu^2(\pi + \omega) + \eta\mu^2\left(\frac{3\pi}{2} + \omega\right)}$$

Μονάδες 10

B. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} - \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 + \eta\mu x}$.

1. Δείξτε ότι $f(x) = \epsilon\varphi x$ για $x \neq \frac{\pi}{2} + \kappa \cdot \pi, \kappa \in \mathbf{Z}$

Μονάδες 10

2. Λύστε την εξίσωση $f(x) = -\epsilon\varphi\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

Μονάδες 5

Καλή επιτυχία

ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

8 / 12 / 2018

Τμήματα: Β₁ , Β₂

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία ω ισχύει $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.

Μονάδες 8

A2. Να δώσετε τον ορισμό της περιττής συνάρτησης και να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση μιας τυχαίας περιττής συνάρτησης.

Μονάδες 7

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν για μια συνάρτηση f ισχύει ότι $f(x) \leq 5$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε η συνάρτηση f παρουσιάζει ολικό μέγιστο ίσο με 5.

Μονάδες 2

β) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2$ προκύπτει από την γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = 1 + (x + 2)^2$ με μετακίνησή της κατά μία μονάδα προς τα κάτω και κατά δύο μονάδες προς τα δεξιά.

Μονάδες 2

γ) Η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$ με $x \in [0, 2\pi)$ είναι άρτια συνάρτηση.

Μονάδες 2

δ) Ισχύει για κάθε γωνία α ότι $\eta\mu\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$.

Μονάδες 2

ε) Ισχύει ότι $\sigma\upsilon\nu 20^\circ < \sigma\upsilon\nu 40^\circ$.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \alpha + \beta \cdot \eta\mu(\gamma x)$, με $\gamma > 0$, η οποία διέρχεται από τα σημεία $A\left(\frac{3\pi}{2}, \sqrt{2} + 1\right)$, $B(\pi, 3)$ και είναι περιοδική με περίοδο $T = 4\pi$.

B1. Να δείξετε ότι $\alpha = 1$, $\beta = 2$ και $\gamma = \frac{1}{2}$ και να βρείτε την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της.

Μονάδες 9

B2. Αν μια συνάρτηση g έχει γραφική παράσταση που προκύπτει με μετακίνηση της γραφικής παράστασης της f κατά π μονάδες προς τα αριστερά και κατά 2 μονάδες προς τα κάτω, τότε να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης g και να δείξετε ότι είναι άρτια.

Μονάδες 8

B3. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f στο διάστημα μίας περιόδου.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Θεωρούμε την παράσταση $A = \eta\mu(-780^\circ) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(-\frac{31\pi}{6}\right) \cdot \epsilon\phi(-300^\circ) \cdot \sigma\phi\left(-\frac{34\pi}{8}\right)$ Να υπολογίσετε την τιμή της.

Μονάδες 8

Γ2. Αν για την γωνία x ισχύει $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ και $\eta\mu x = -\frac{1}{2}$, να υπολογίσετε τα $\sigma\upsilon\nu x$, $\epsilon\phi x$, $\sigma\phi x$, καθώς και την γωνία x .

Μονάδες 8

Γ3. Να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση:
$$\frac{1 - \epsilon\phi^2\alpha \cdot \epsilon\phi^2\beta}{\epsilon\phi^2\alpha \cdot \epsilon\phi^2\beta} = \frac{\sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\beta}{\eta\mu^2\alpha \cdot \eta\mu^2\beta}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ

Έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{2\sigma\upsilon\nu^2 x - 1}{\eta\mu x}$.

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

Μονάδες 6

Δ2. Να δείξετε ότι η f είναι περιττή και να βρείτε σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες xx' και yy' εφόσον υπάρχουν.

Μονάδες 9

Δ3. Να λυθεί στο διάστημα $(0, 2\pi)$ η εξίσωση $f(\pi - x) = 3 \cdot \epsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

Μονάδες 10

Να έχετε επιτυχία!

Διαγώνισμα στα Μαθηματικά Β' Λυκείου

Θέμα 1.

Να εξετάσετε ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιές λάθος

1. Αν $\eta\mu x = 0$ τότε $\sigma\upsilon\nu x = 1$
2. Η εξίσωση $\sigma\upsilon\nu x = a$ με $|a| > 1$ είναι αδύνατη
3. $\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x = 1$
4. $\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{2} - x) = \sigma\upsilon\nu x$
5. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της Δ , τότε για κάθε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$, θα ισχύει $f(x_1) > f(x_2)$
6. Κάθε συνάρτηση έχει ελάχιστο ή μέγιστο

Αιτιολογήστε τις απαντήσεις σας.

Θέμα 2.

A. Αν $\eta\mu\omega = -\frac{5}{13}$ με $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$ να υπολογιστούν οι υπόλοιποι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας ω .

Β Έστω η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}$. Αφού βρεθεί το πεδίο ορισμού να εξεταστεί αν είναι άρτια ή περιττή.

Θέμα 3.

A. Αν $f(x) = r\sigma\upsilon\nu\omega x$ με μέγιστη τιμή 2 και περίοδο $T = 6\pi$ να βρείτε τον τύπο της f .

B. Να αποδείξετε ότι:

1. $\frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{1+\eta\mu\alpha} + \frac{1+\eta\mu\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha} = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu\alpha}$
2. $\frac{\epsilon\varphi\alpha-1}{1+\epsilon\varphi\alpha} = \frac{\eta\mu\alpha-\sigma\upsilon\nu\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha+\eta\mu\alpha}$

Θέμα 4.

A. Να απλοποιηθεί η τιμή της παράστασης:

$$\Delta = \frac{\epsilon\varphi(\pi - x)\sigma\varphi(\frac{11\pi}{2} + x)\sigma\varphi(3\pi + x)\epsilon\varphi(\frac{5\pi}{2} - x)}{\epsilon\varphi(5\pi + x)\sigma\varphi(7\pi - x)\sigma\varphi(-x)\epsilon\varphi(2\pi + x)}$$

B. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \epsilon\varphi x + \sigma\varphi x - 1$ και $g(x) = 2\eta\mu^2 x - 2\eta\mu x\sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu^2 x - 1$. Να δειχθεί ότι:

1. $g(\pi + x) = g(x)$
2. $f(\pi + x) = f(\frac{3\pi}{2} - x)$