

ΑΛΓΕΒΡΑ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

6-4-2019

ΤΜΗΜΑ : Β₅, Β₁₂, Β₀₂

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A . Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στο τετράδιό σας , δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση , τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος .

1. Κάθε σταθερό μη μηδενικό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού .
Μονάδες 3

2. Το πολυώνυμο $x + 1$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου

$$P(x) = (x^2 - 1)^{2019} + 2019 \cdot x + 2019 .$$

Μονάδες 3

3. Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το x είναι ίσο με τον σταθερό όρο του πολυωνύμου .

Μονάδες 3

4. Η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \alpha^x \cdot \beta^x$, όπου

$$\alpha > 0, \beta > 0, \alpha \neq 1, \beta \neq 1 \text{ είναι γνησίως αύξουσα στο } \mathbb{R}, \text{ όταν } \alpha < \frac{1}{\beta}$$

Μονάδες 3

5. Για κάθε $x < 0$ ισχύει $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 3^x$.

Μονάδες 3

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της στήλης A και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της στήλης B που είναι λύση της εξίσωσης της στήλης A .

<u>Στήλη A</u>	<u>Στήλη B</u>
α. $2^x = 32$	1. $x = 9$
β. $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{8}{27}$	2. $x = 10$
γ. $\log_3 x = 2$	3. $x = 5$
δ. $\log_x 0,001 = -3$	4. $x = -3$
ε. $\log_{25} 5 = x$	5. $x = \frac{1}{2}$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2^ο

A. 1. Να βρείτε το υπόλοιπο και το πηλίκο της διαίρεσης

$$(x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 2) : (x - 3)$$

Μονάδες 5

2. Αν $P(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x + \lambda$ να βρείτε το $\lambda \in \mathbf{R}$, ώστε η διαίρεση $P(x) : (x - 3)$ να έχει υπόλοιπο 0 .

Μονάδες 5

B. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \alpha \cdot x^2 - 11 \cdot x + 30, \alpha \in \mathbf{R}$ για το οποίο γνωρίζουμε ότι η τιμή του για $x = 1$ είναι 16 .

1. Να υπολογίσετε την τιμή του α .

Μονάδες 5

2. Αν $\alpha = -4$ και το 2 είναι ρίζα της εξίσωσης $P(x) = 0$, να προσδιορίσετε τις άλλες ρίζες της εξίσωσης $P(x) = 0$.

Μονάδες 5

3. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \leq 0$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η πολυωνυμική συνάρτηση $f(x) = 2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 1$.

1. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$.

Μονάδες 9

2. Να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε η γραφική παράσταση της f να μην είναι πάνω από τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 8

3. Να γράψετε την ταυτότητα της ευκλείδιας διαίρεσης $f(-x) : (x^2 + 1)$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = (1 - 2 \cdot \alpha)^x$, $x \in \mathbb{R}$.

- A. Να βρείτε τις πραγματικές τιμές του α για τις οποίες ορίζεται στο \mathbb{R} η συνάρτηση $g(x)$ και είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 10

- B. Για $\alpha = -1$, να λυθεί η εξίσωση $g(x^2) + g(1 - x^2) = 2 \cdot \sqrt{3}$.

Μονάδες 15

Καλή επιτυχία

ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΜΗΜΑΤΑ: Β₁, Β₂

Σάββατο 6-4-2019

ΘΕΜΑ Α

A1. α) Να δώσετε τον ορισμό του λογαρίθμου ενός θετικού αριθμού με βάση a .

β) Να αποδείξετε την ιδιότητα: $\log_a(\theta^k) = k \cdot \log_a(\theta)$

Μονάδες 3+5

A2. Να αποδείξετε ότι αν $x - \rho$ είναι παράγοντας ενός πολυωνύμου $P(x)$ τότε και μόνο τότε το ρ είναι ρίζα του $P(x)$.

Μονάδες 7

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν το αλγεβρικό άθροισμα των συντελεστών ενός πολυωνύμου είναι ίσο με μηδέν, τότε το πολυώνυμο έχει ρίζα το 1.

β) Ο σταθερός όρος του πολυωνύμου $P(x) = (2x^3 - 1)^{10} + (x + 1)^5 - 2x + 1$ είναι ίσο με 1.

γ) Το υπόλοιπο της διαίρεσης $(x^{2019} + x^{2018} + x^{2017} - 2) : (x + 1)$ είναι - 3.

δ) Ισχύει ότι $(0,3)^5 < (0,3)^6$.

ε) Για κάθε $a, \beta \in \mathbf{R}$ ισχύει ότι $\log(a^\beta) = \log(\beta^a)$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + \alpha x^2 + \beta x - 2$, $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$.

B1. Να βρείτε τα α, β ώστε το $P(x)$ διαιρούμενο με το $x^2 + x - 3$ να έχει ηλίκο ίσο με το υπόλοιπο.

Μονάδες 9

B2. Αν $\alpha = 3$ και $\beta = -3$, να βρείτε το ηλίκο και να γράψετε την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης.

Μονάδες 8

B3. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{P(x)}{x^2 - 1} \leq 2$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $\log\left(100^{\log 2} + (\sqrt{e})^{\ln 36}\right)$

β) $\log^2 2 + \log^2 5 + \log 4 \cdot \log 5$

Μονάδες 5+5

Γ2. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $\sqrt{x^2 + x - 12} = x + 4$

β) $\frac{8}{2^{3\sqrt{x}}} + 2 \cdot 2^{1-\sqrt{x}} = 3$

Μονάδες 7+8

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Να λυθούν οι ανισώσεις:

$$\alpha) \ln\left(\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}\right) + \ln 2 \leq 0$$

$$\beta) x \times (\log 5 - 1) + \log 6 \leq \log(2^x + 1)$$

Μονάδες 7+6

Δ2. Να λυθούν τα συστήματα :

$$\alpha) \begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 4^x - 25^y = -9 \end{cases}$$

$$\beta) \begin{cases} x^{\log y} = 2 \\ x \cdot y = 20 \end{cases}$$

Μονάδες 12

Να έχετε επιτυχία!

Διαγώνισμα στα Μαθηματικά Β' Λυκείου

Θέμα 1.

A. Να αποδείξετε με την βοήθεια του σχήματος Horner ότι το πολυώνυμο $P(x) = 2x^4 - x^3 + x^2 - 7x + 5$ διαιρείται με το πολυώνυμο $(x - 1)^2$.

B. Να γίνει η διαίρεση $(x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x + 7) : (x^2 + 1)$ και να γραφεί η ταυτότητα της διαίρεσης.

Θέμα 2.

Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \left(\frac{2a+1}{3-a}\right)^x$

1. Για ποιές τιμές του a η f είναι φθίνουσα και πότε είναι σταθερή;
2. Να βρείτε τις τιμές του a για τις οποίες ισχύει $f(1) + f(2) + f(3) = 3f(0)$

Θέμα 3.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ax^3 + bx^2 + 2x + 8$

1. Αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ στα $A(4,0)$ και $B(-1,0)$, να δείξετε ότι $a=1$ και $b=-5$.
2. Υπάρχουν άλλα σημεία τομής της γραφικής της f με τον $x'x$;
3. Να βρείτε τα x για τα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τον $x'x$.

Θέμα 4.

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)$ του οποίου το υπόλοιπο της διαίρεσης με το $x + 1$ είναι -4 και με το $x - 2$ είναι -1 .

A. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $(x + 1)(x - 2)$.

B. Αν το πηλίκο της διαίρεσης είναι το $a(x) = x - 2$, να δείξετε ότι $P(x) = x^3 - 3x^2 + x + 1$.

Γ. Να λύσετε την ανίσωση $(P(x) + 4)^3 + P(x) > -4$.

Δ. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) + 3x^2 = \sqrt{x + 3} + x^3$.