

# ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

2/12/2017

ΤΜΗΜΑΤΑ : Β<sub>1</sub> , Β<sub>2</sub> , ΒΟ<sub>2</sub>

## ΘΕΜΑ 1°

**A)** Να συμπληρώσετε με «Σ» ή «Λ» τις παρακάτω προτάσεις:

- i. Μια άρτια συνάρτηση δεν μπορεί να είναι γνήσια αύξουσα ούτε γνήσια φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της.
- ii. Η συνάρτηση  $f(x)=\eta\mu x$  είναι περιττή ενώ η  $g(x)=\sigma\upsilon\nu x$  είναι άρτια.
- iii. Υπάρχει γωνία  $\omega$  για την οποία ισχύει:  $\eta\mu\omega - \sigma\upsilon\nu\omega = -2$ .
- iv. Ισχύει ότι  $\sigma\upsilon\nu 20^\circ > \sigma\upsilon\nu 40^\circ$
- v. Για κάθε γωνία  $\omega$  ισχύει  $\eta\mu\left(\frac{\pi}{4} + \omega\right) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4} - \omega\right)$

(Μονάδες: 10)

**B)** Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

- i. Η γραφική παράσταση μίας άρτιας συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς ..... ενώ η γραφική παράσταση μίας περιττής συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς .....
- ii. Η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x+3} + 2$  έχει πεδίο ορισμού το διάστημα ....., και προκύπτει με μετατόπιση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $g(x) = \sqrt{x}$  κατά ..... μονάδες προς τα .....(δεξιά/αριστερά) και κατά ..... μονάδες προς τα .....(πάνω/κάτω).
- iii. Η συνάρτηση  $f(x) = 2 \times \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 3$  είναι περιοδική με περίοδο  $T = \dots$  και έχει μέγιστη τιμή ίση με ..... και ελάχιστη τιμή ίση με .....

(Μονάδες: 15)

### ΘΕΜΑ 2°

Αν η συνάρτηση  $f(x) = a + \beta \cdot \eta\mu\left(\frac{x}{2}\right)$  διέρχεται από τα σημεία  $A\left(\frac{3\pi}{2}, \sqrt{2} + 1\right)$  και  $B(\pi, 3)$ , τότε:

- i. Να βρείτε την περίοδο  $T$ .
- ii. Να δείξετε ότι  $a = 1$  και  $\beta = 2$ .
- iii. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της  $f$  στο διάστημα μίας περιόδου.

(Μονάδες: 6+10+9)

### ΘΕΜΑ 3°

- i. Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \eta\mu(-780^\circ) \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{31\pi}{6} \cdot \epsilon\varphi(-300^\circ) \cdot \sigma\varphi\frac{34\pi}{8}$$

- ii. Αν  $\eta\mu x = -\frac{1}{2}$  και  $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ , να βρείτε τα  $\sigma\upsilon\nu x$ ,  $\epsilon\varphi x$ ,  $\sigma\varphi x$  καθώς και την γωνία  $x$ .

- iii. Να αποδείξετε ότι :  $\frac{1 - \epsilon\varphi^2\alpha \cdot \epsilon\varphi^2\beta}{\epsilon\varphi^2\alpha \cdot \epsilon\varphi^2\beta} = \frac{\sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\beta}{\eta\mu^2\alpha \cdot \eta\mu^2\beta}$

(Μονάδες: 8+8+9)

### ΘΕΜΑ 4°

Θεωρούμε την συνάρτηση  $f(x) = \frac{2 \cdot \sigma\upsilon\nu^2 x + 1}{\eta\mu x}$ .

- i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .
- ii. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι περιττή.
- iii. Να λυθεί η εξίσωση  $f(x) = -1$  στο διάστημα  $(-\pi, \pi)$ .
- iv. Να λυθεί η ανίσωση  $f(\pi - x) = 3 \cdot \epsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$  στο διάστημα  $(0, 2\pi)$ .

(Μονάδες: 6+5+7+7)

**Να έχετε επιτυχία !**

# ΑΛΓΕΒΡΑ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

2-12-2017

ΤΜΗΜΑ: Β<sub>4</sub>, Β<sub>6</sub>, Β<sub>03</sub>

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

## ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Α. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος.

1. Αν  $\varepsilon\varphi\omega = \frac{5}{4}$  τότε  $\sigma\varphi\omega = \frac{5}{4}$

Μονάδες 2

2. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει  $\eta\mu\hat{A} = \frac{1}{2}$ , τότε  $\hat{A} = 30^\circ$ .

Μονάδες 2

3. Ισχύει  $\eta\mu^2 x + \eta\mu^2 \left( \frac{\pi}{2} - x \right) = 1$ .

Μονάδες 2

4. Αν ισχύει  $\eta\mu(\alpha + \beta) = 1$  τότε  $\sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta) = 0$ .

Μονάδες 2

5.  $\varepsilon\phi 480^\circ = -\sqrt{3}$

Μονάδες 2

6. Η συνάρτηση  $f(x) = 3 \cdot \eta\mu(4 \cdot x)$  έχει περίοδο  $T = \frac{\pi}{4}$

Μονάδες 2

7. Ένα μη γραμμικό σύστημα έχει υποχρεωτικά μία , καμία ή άπειρες λύσεις .

**Μονάδες 2**

8. Η συνάρτηση  $f(x) = x^3 + x + 1$  είναι άρτια

**Μονάδες 2**

9. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = 3 \cdot (x - 4)^2 - 2$

προκύπτει από την γραφική παράσταση της συνάρτησης

$\phi(x) = 3 \cdot x^2$  από μία οριζόντια μετατόπιση κατά 4 μονάδες προς τα δεξιά και από μία κατακόρυφη μετατόπιση κατά 2 μονάδες προς τα κάτω .

**Μονάδες 2**

10. Αν ένα γραμμικό σύστημα  $2 \times 2$  έχει μοναδική λύση τότε  $D=0$  και  $D_x \neq 0$  και  $D_y \neq 0$ .

**Μονάδες 2**

**B .** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση σε κάθε μία από τις παρακάτω ερωτήσεις .

1. Η εξίσωση  $\eta\mu x = \pi$  έχει τις εξής λύσεις

α)  $x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi + \pi, x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi$  με  $\kappa \in \mathbb{Z}$

β)  $x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi + \pi, x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi - \pi$  με  $\kappa \in \mathbb{Z}$

γ)  $x = \kappa \cdot \pi + \pi$  με  $\kappa \in \mathbb{Z}$

δ) είναι αδύνατη

**Μονάδες 3**

2. Αν  $D \neq 0$  και  $D=D_x, D = 2 \cdot D_y$  , τότε η λύση του συστήματος είναι:

α)  $(1,1)$     β)  $\left(1, \frac{1}{2}\right)$     γ)  $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$     δ)  $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$     ε)  $(-1, -1)$

**Μονάδες 2**

## ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

A. Να βρεθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας  $\omega$  αν γνωρίζετε

$$\text{ότι } \sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{4}{5} \text{ και } \frac{\pi}{2} < \omega < \pi .$$

**Μονάδες 10**

B. Να λυθούν οι εξισώσεις :

1.  $\eta\mu x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

**Μονάδες 5**

2.  $-2 \cdot \eta\mu^2 x + 5 \cdot \sigma\upsilon\nu x - 1 = 0$

**Μονάδες 10**

## ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνεται το σύστημα 
$$\begin{cases} \eta\mu(\pi + \theta) \cdot x + \sigma\upsilon\nu(-\theta) \cdot y = 1 \\ \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot x + \eta\mu(\pi - \theta) \cdot y = 1 \end{cases}, \theta \in \mathbb{R}$$

1. Να δείξετε ότι η μοναδική λύση του συστήματος είναι

$$(x, y) = (\sigma\upsilon\nu\theta - \eta\mu\theta, \eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta), \theta \in \mathbb{R} .$$

**Μονάδες 15**

2. Να λύσετε την εξίσωση  $x + y = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu^2\theta$  , αν  $\theta \in [0, \pi]$

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

**A.** Να απλοποιηθεί η παράσταση :

$$A = \frac{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{13\pi}{2} + \omega\right) \cdot \eta\mu(5\pi + \omega) \cdot \epsilon\phi\left(\frac{3\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\phi\left(\frac{17\pi}{2} + \omega\right)}{\eta\mu^2(\pi + \omega) + \eta\mu^2\left(\frac{3\pi}{2} + \omega\right)}$$

**Μονάδες 10**

**B.** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} - \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 + \eta\mu x}$ .

1. Δείξτε ότι  $f(x) = \epsilon\varphi x$  για  $x \neq \frac{\pi}{2} + \kappa \cdot \pi, \kappa \in \mathbf{Z}$

**Μονάδες 10**

2. Λύστε την εξίσωση  $f(x) = -\epsilon\varphi\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

**Μονάδες 5**

*Καλή επιτυχία*

Σάββατο 2 Δεκεμβρίου 2017  
Γραπτή δοκιμασία στην Άλγεβρα  
Β' Λυκείου

**Θέμα Α**

**A1** Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες:

- α. Η συνάρτηση  $f(x) = 3\eta\mu 2x$  έχει περίοδο  $4\pi$ .
- β. Η εξίσωση  $\sigma\upsilon\nu\frac{x}{2} = 2$  έχει άπειρες λύσεις.
- γ. Ισχύει:  $\eta\mu^2\frac{\pi}{8} + \eta\mu^2\frac{7\pi}{8} = 1$ .
- δ. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f(x) = -3\eta\mu 7x$ , είναι το διάστημα  $[-3, 3]$ .
- ε. Αν  $2\sigma\upsilon\nu\frac{x}{3} = \sqrt{3}$  τότε  $\epsilon\phi x = 0$ .

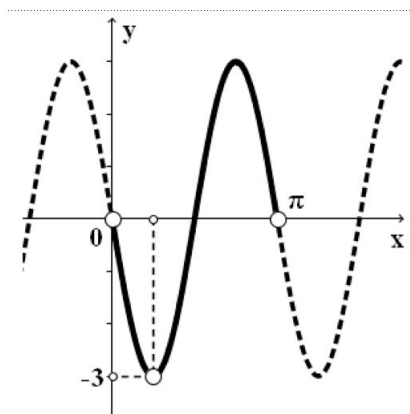
**A2** Αντιστοιχίστε τα παρακάτω:

$\eta\mu(-\omega)$	$-\sigma\upsilon\nu\omega$
$\eta\mu(\pi - \omega)$	$\eta\mu\omega$
$\eta\mu(\frac{\pi}{2} - \omega)$	$-\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{2} - \omega)$
$\sigma\upsilon\nu(\pi + \omega)$	$-\eta\mu\omega$
$\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{2} + \omega)$	$\sigma\upsilon\nu\omega$

Μονάδες 25

**Θέμα Β**

Έστω  $f(x) = \rho\eta\mu(\omega x)$ , όπου  $\rho, \omega \in \mathbb{R}$ , που έχει την παρακάτω γραφική παράσταση.



**B1.** Να βρείτε τα  $\rho$  και  $\omega$ , βάσει της γραφικής παράστασης.

**B2.** Για  $\rho = -3$  και  $\omega = 2$  να βρείτε τις τετμημένες  $x$  των σημείων τομής της συνάρτησης  $f$  με την ευθεία  $y = \frac{3}{2}$

Μονάδες 25

### Θέμα Γ

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{\eta\mu\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \epsilon\phi^2\alpha} = \sigma\phi\alpha$$

**Γ2.** Αν  $\epsilon\phi x = \frac{4}{3}$  να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της  $x$ .

**Γ3.** Να λυθεί η εξίσωση  $2\sigma\upsilon\nu^2 x + \sqrt{3}\eta\mu x + 1 = 0$

Μονάδες 25

### Θέμα Δ

Το βάθος του νερού κάτω από τη γέφυρα του Ευρίπου κατά τη διάρκεια της ημέρας δίνεται από τη συνάρτηση

$$f(t) = 20 + 4\sigma\upsilon\nu\frac{\pi t}{3}$$

όπου  $t$  ο χρόνος σε ώρες.

**Δ1.** Να βρεθεί η περίοδος της  $f$

**Δ2.** Ποιό είναι το μέγιστο και ποιό το ελάχιστο βάθος του νερού;

**Δ3.** Αν το ύψος της γέφυρας είναι 30 μέτρα (από τον πυθμένα) να εξετάσετε αν ένα σκάφος ύψος 8 μέτρων μπορεί να περάσει στις 12:00.

Μονάδες 25

Να απαντήσετε σε ΌΛΑ τα θέματα

Καλή επιτυχία!