

ΑΛΓΕΒΡΑ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

4-12-2016

ΤΜΗΜΑ: Β₀₁, Β₀₂, Β₀₃

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος.

1. Ισχύει $\eta\mu^2 x + \eta\mu^2 \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = 1$.

Μονάδες 4

2. Αν ισχύει $\eta\mu(\alpha + \beta) = 1$ τότε $\sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta) = 0$.

Μονάδες 4

3. $\epsilon\phi 480^\circ = -\sqrt{3}$

Μονάδες 4

4. Η συνάρτηση $f(x) = 3 \cdot \eta\mu(4 \cdot x)$ έχει περίοδο $T = \frac{\pi}{4}$

Μονάδες 4

5. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\eta\mu A = \frac{1}{2}$, τότε $\hat{A} = 30^\circ$.

Μονάδες 4

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση σε κάθε μία από τις παρακάτω ερωτήσεις .

1. Η εξίσωση $\eta\mu x = \pi$ έχει τις εξής λύσεις

α) $x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi + \pi, x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi$ με $\kappa \in \mathbb{Z}$

β) $x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi + \pi, x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi - \pi$ με $\kappa \in \mathbb{Z}$

γ) $x = \kappa \cdot \pi + \pi$ με $\kappa \in \mathbb{Z}$

δ) είναι αδύνατη

Μονάδες 2

2. Το $\eta\mu\left(\frac{21 \cdot \pi}{2} + \omega\right)$ είναι ίσο με:

A. $-\eta\mu\omega$ **B.** $\eta\mu\omega$ **Γ.** $-\sigma\upsilon\nu\omega$ **Δ.** $\sigma\upsilon\nu\omega$

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2^ο

Να βρεθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας ω αν γνωρίζετε ότι $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{4}{5}$ και $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$.

Μονάδες 20

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας 840° .

Μονάδες 10

B. Να απλοποιηθεί η παράσταση :

$$A = \frac{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{13\pi}{2} + \omega\right) \cdot \eta\mu(5\pi + \omega) \cdot \varepsilon\phi\left(\frac{3\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\phi\left(\frac{17\pi}{2} + \omega\right)}{\eta\mu^2(\pi + \omega) + \eta\mu^2\left(\frac{3\pi}{2} + \omega\right)}$$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 4^ο

Να λυθούν οι εξισώσεις :

1. $\eta\mu x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Μονάδες 5

2. $3 \cdot \varepsilon\phi(4 \cdot x) = -\sqrt{3}$

Μονάδες 5

3. $-2 \cdot \eta\mu^2 x + 5 \cdot \sigma\upsilon\nu x - 1 = 0$

Μονάδες 10

4. $\eta\mu^2 x + \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x = 0$

Μονάδες 10

Καλή επιτυχία

Κυριακή 4 Δεκεμβρίου 2016
Γραπτή δοκιμασία στην Άλγεβρα
Β' Λυκείου

Θέμα Α

A1 Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες:

- α. Η συνάρτηση $f(x) = 3\eta\mu 2x$ έχει περίοδο 4π .
- β. Η εξίσωση $\sigma\upsilon\nu\frac{x}{2} = 2$ έχει άπειρες λύσεις.
- γ. Ισχύει: $\eta\mu^2\frac{\pi}{8} + \eta\mu^2\frac{7\pi}{8} = 1$.
- δ. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = -3\eta\mu 7x$, είναι το διάστημα $[-3, 3]$.
- ε. Αν $2\sigma\upsilon\nu\frac{x}{3} = \sqrt{3}$ τότε $\epsilon\phi x = 0$.

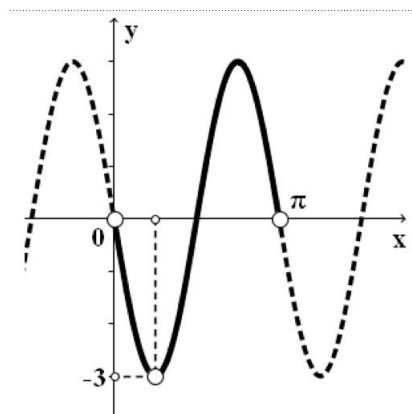
A1 Αντιστοιχίστε τα παρακάτω:

$\eta\mu(-\omega)$	$-\sigma\upsilon\nu\omega$
$\eta\mu(\pi - \omega)$	$\eta\mu\omega$
$\eta\mu(\frac{\pi}{2} - \omega)$	$-\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{2} - \omega)$
$\sigma\upsilon\nu(\pi + \omega)$	$-\eta\mu\omega$
$\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{2} + \omega)$	$\sigma\upsilon\nu\omega$

Μονάδες 25

Θέμα Β

Έστω $f(x) = \rho\eta\mu(\omega x)$, όπου $\rho, \omega \in \mathbb{R}$, που έχει την παρακάτω γραφική παράσταση.



- α. Να βρείτε τα ρ και ω , βάσει της γραφικής παράστασης.
- β. Για $\rho = -3$ και $\omega = 2$ να βρείτε τις τετμημένες x των σημείων τομής της συνάρτησης f με την ευθεία $y = \frac{3}{2}$

Μονάδες 25

Θέμα Γ

- α. Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{\eta\mu\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \epsilon\phi^2\alpha} = \sigma\phi\alpha$$

- β. Αν $\epsilon\phi x = \frac{4}{3}$ να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της x .

Μονάδες 25

Θέμα Δ

Το βάθος του νερού κάτω από τη γέφυρα του Ευρίπου κατά τη διάρκεια της ημέρας δίνεται από τη συνάρτηση

$$f(t) = 20 + 4\sigma\upsilon\nu\frac{\pi t}{3}$$

, όπου t ο χρόνος σε ώρες.

- α. Να βρεθεί η περίοδος της f
- β. Ποιό είναι το μέγιστο και ποιό το ελάχιστο βάθος του νερού;
- γ. Αν το ύψος της γέφυρας είναι 30 μέτρα (από τον πυθμένα) να εξετάσετε αν ένα σκάφος ύψος 8 μέτρων μπορεί να περάσει στις 12:00.

Μονάδες 25

Να απαντήσετε σε ΌΛΑ τα θέματα

Καλή επιτυχία!

ΑΛΓΕΒΡΑ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

4-12-2016

ΤΜΗΜΑ: Β₄, Β₇, ΒΕΛΑΝΑΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος.

1. Αν $\varepsilon\varphi\omega = \frac{5}{4}$ τότε $\sigma\varphi\omega = \frac{5}{4}$

Μονάδες 2

2. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\eta\mu A = \frac{1}{2}$, τότε $\hat{A} = 30^\circ$.

Μονάδες 2

3. Ισχύει $\eta\mu^2 x + \eta\mu^2 \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = 1$.

Μονάδες 2

4. Αν ισχύει $\eta\mu(\alpha + \beta) = 1$ τότε $\sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta) = 0$.

Μονάδες 2

5. $\varepsilon\phi 480^\circ = -\sqrt{3}$

Μονάδες 2

6. Η συνάρτηση $f(x) = 3 \cdot \eta\mu(4 \cdot x)$ έχει περίοδο $T = \frac{\pi}{4}$

Μονάδες 2

7. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με ύψος $A\Delta$ ισχύει: $A\Delta^2 = \frac{B\Delta}{\Gamma\Delta}$.

Μονάδες 2

8. Σε κάθε τρίγωνο ισχύει η ισοδυναμία : $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2 \Leftrightarrow \hat{A} < 90^\circ$.

Μονάδες 2

9. Το τρίγωνο με πλευρές $\alpha=3$, $\beta=4$, $\gamma=6$ είναι αμβλυγώνιο με $\hat{A} > 90^\circ$.

Μονάδες 2

10. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 + 2 \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \text{συν}\hat{A}$.

Μονάδες 2

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση σε κάθε μία από τις παρακάτω ερωτήσεις .

1. Η εξίσωση $\eta\mu x = \pi$ έχει τις εξής λύσεις

α) $x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi + \pi, x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi$ με $\kappa \in \mathbb{Z}$

β) $x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi + \pi, x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi - \pi$ με $\kappa \in \mathbb{Z}$

γ) $x = \kappa \cdot \pi + \pi$ με $\kappa \in \mathbb{Z}$

δ) είναι αδύνατη

Μονάδες 2

2. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ύψος $A\Delta$, για το οποίο

έχουμε $B\Delta = 1$ και $B\Gamma = 3$

A. Το μήκος του τμήματος $A\Delta$ είναι:

A . 2 B . $\sqrt{3}$ Γ . $\sqrt{2}$ Δ . $3 \cdot \sqrt{2}$

B. Το μήκος της πλευράς AB είναι:

A . $\sqrt{3}$ B . 3 Γ . $\sqrt{2}$ Δ . $\sqrt{5}$

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Να βρεθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας ω αν γνωρίζετε

$$\text{ότι } \sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{4}{5} \text{ και } \frac{\pi}{2} < \omega < \pi .$$

Μονάδες 10

B. Να λυθούν οι εξισώσεις :

1. $\eta\mu x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Μονάδες 5

2. $-2 \cdot \eta\mu^2 x + 5 \cdot \sigma\upsilon\nu x - 1 = 0$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Να απλοποιηθεί η παράσταση :

$$A = \frac{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{13\pi}{2} + \omega\right) \cdot \eta\mu(5\pi + \omega) \cdot \epsilon\phi\left(\frac{3\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\phi\left(\frac{17\pi}{2} + \omega\right)}{\eta\mu^2(\pi + \omega) + \eta\mu^2\left(\frac{3\pi}{2} + \omega\right)} .$$

Μονάδες 10

B. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} - \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 + \eta\mu x}$.

1. Δείξτε ότι $f(x) = \epsilon\phi x$ για $x \neq \frac{\pi}{2} + \kappa \cdot \pi, \kappa \in \mathbf{Z}$

Μονάδες 5

2. Λύστε την εξίσωση $f(x) = -\epsilon\phi\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\alpha = 2 \cdot \gamma$ και $\beta = \gamma \cdot \sqrt{7}$.

1. Να βρεθεί το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του .

Μονάδες 10

2. Αν ΒΔ το ύψος του τριγώνου , να δείξετε ότι $A\Delta = \frac{2 \cdot \gamma \cdot \sqrt{7}}{7}$.

Μονάδες 10

3. Να βρείτε τα τμήματα ΔΓ και ΒΔ .

Μονάδες 10

Καλή επιτυχία

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
4/12/2016
ΤΜΗΜΑ : Β₁

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Να συμπληρώσετε με «Σ» ή «Λ» τις παρακάτω προτάσεις:

- i.** Μια άρτια συνάρτηση δεν μπορεί να είναι γνήσια αύξουσα ούτε γνήσια φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της.
- ii.** Μια περιττή συνάρτηση είναι γνησίως μονότονη στο πεδίο ορισμού της.
- iii.** Αν για μια συνάρτηση f ισχύει ότι $f(x) \leq 5$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε η συνάρτηση f παρουσιάζει ολικό μέγιστο ίσο με 5.
- iv.** Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ είναι περιττή ενώ η $g(x) = \sigma\upsilon\nu x$ είναι άρτια.
- v.** Υπάρχει γωνία ω για την οποία ισχύει: $\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega = 2$.

(Μονάδες 10)

B) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

- i.** Η γραφική παράσταση μιάς άρτιας συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς ενώ η γραφική παράσταση μιάς περιττής συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς
- ii.** Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x+3} + 2$ έχει πεδίο ορισμού το διάστημα, και προκύπτει με μετατόπιση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $g(x) = \sqrt{x}$ κατά μονάδες προς τα(δεξιά/αριστερά) και κατά μονάδες προς τα(πάνω/κάτω).
- iii.** Η συνάρτηση $f(x) = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{3}{2}x\right) - 3$ είναι περιοδική με περίοδο $T = \dots$ και έχει μέγιστη τιμή ίση με και ελάχιστη τιμή ίση με

(Μονάδες 20)

ΘΕΜΑ 2^ο

Να αποδείξετε τις παρακάτω σχέσεις:

i. Να δείξετε ότι : $\frac{1 - \epsilon\phi^2\alpha \cdot \epsilon\phi^2\beta}{\epsilon\phi^2\alpha \cdot \epsilon\phi^2\beta} = \frac{\sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\beta}{\eta\mu^2\alpha \cdot \eta\mu^2\beta}$ (Μονάδες 10)

ii. Αν ισχύει $4 \cdot \sigma\upsilon\nu^2x + 8\eta\mu x = 7$ και $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, να βρείτε τα $\eta\mu x$, $\sigma\upsilon\nu x$, $\epsilon\phi x$, $\sigma\phi x$ καθώς και την γωνία x .

(Μονάδες 10)

iii. Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \eta\mu(-780^\circ) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(-\frac{31\pi}{6}\right) \cdot \epsilon\phi(-300^\circ) \cdot \sigma\phi\left(-\frac{34\pi}{8}\right)$$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 3^ο

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

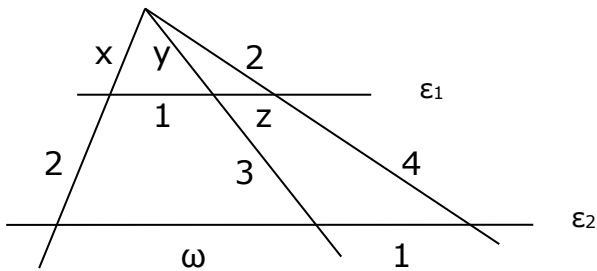
i. $4 \cdot \sigma\upsilon\nu^2\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ (Μονάδες 20)

ii. $\epsilon\phi\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sigma\phi\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ όπου $x \in [\pi, 2\pi)$ (Μονάδες 20)

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

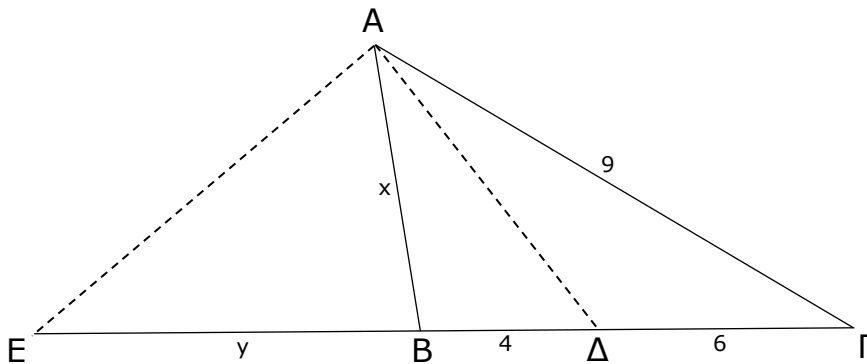
ΘΕΜΑ 1^ο

i. Στο παρακάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$. Να βρείτε τα x, y, ω, z .



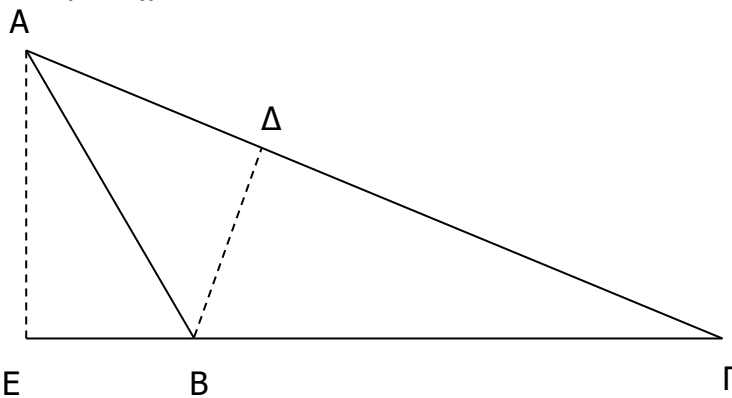
(Μονάδες 10)

ii. Στο παρακάτω σχήμα AD, AE είναι εσωτερική και εξωτερική διχοτόμος της γωνίας A του τριγώνου $AB\Gamma$. Να βρείτε τα x, y .



(Μονάδες 10)

iii. Στο παρακάτω σχήμα αν AE, BD ύψη του τριγώνου $AB\Gamma$. Να συμπληρώσετε τα κενά:

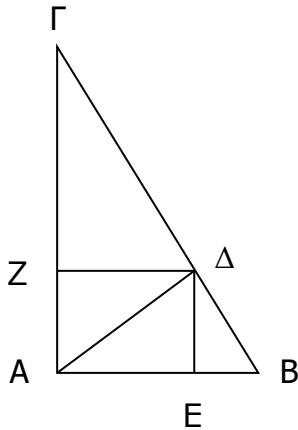


- $\alpha^2 = \dots + \dots - 2 \dots \cdot A\Delta$
- $\beta^2 = \dots + \dots + 2\alpha \cdot \dots$
- $\gamma^2 = \dots + \dots - 2 \dots \cdot \text{συν}\Gamma$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2°

Έστω $AB\Gamma$ ορθογώνιο τρίγωνο ($A=90^\circ$) με $A\Delta$ ύψος, $\Delta E \perp AB$ και $\Delta Z \perp A\Gamma$. Αν $AE=4$ και $AZ=3$, να βρείτε τα τμήματα $A\Delta$, AB , $A\Gamma$, ΔB και $\Delta\Gamma$.



(Μονάδες 30)

ΘΕΜΑ 3°

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές : $a=13$, $\beta=8$, $\gamma=7$. Να βρείτε:

- i. Το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$.
- ii. Η προβολή της πλευράς a πάνω στην β .
- iii. Η γωνία A του τριγώνου .
- iv. Το ύψος u_β .

(Μονάδες 40)

Να έχετε επιτυχία !