

ΑΛΓΕΒΡΑ -ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

1-4-2017

ΤΜΗΜΑ:Β₄.Β₇.ΣΤΕΦΑΝΟΠΟΥΛΟΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση , τη λέξη **Σωστό** , αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος .

1. Αν η διαίρεση ενός πολυωνύμου $P(x)$ 4^{ου} βαθμού με το $x^2 + 1$ δεν είναι τέλεια , τότε το υπόλοιπο της διαίρεσης είναι πολυώνυμο το πολύ 1^{ου} βαθμού .

Μονάδες 2

2. ο σταθερός όρος του πολυωνύμου

$$P(x) = (x^2 - 1)^{2000} + 2017 \cdot x + 2016 \text{ είναι το } 2016 .$$

Μονάδες 3

3. Η παράσταση $A = e^{\ln 10} + 10^{\log e}$ είναι ίση με $10+e$.

Μονάδες 2

4. Για κάθε $x < 0$ ισχύει $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 3^x$.

Μονάδες 2

5. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $\ln e^x = x$.

Μονάδες 2

6. Αν σε κανονικό 6-γωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο ισχύει $\lambda_6=10\text{cm}$, τότε $\alpha_6=5\text{cm}$.

Μονάδες 2

7. Αν για κανονικό εξάγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο ισχύει

$$\alpha_6 = 5 \cdot \sqrt{3} \text{ cm} , \text{ τότε το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου ισούται με}$$

$$E = 100 \cdot \pi \text{ cm}^2 .$$

Μονάδες 2

8. Το μήκος τόξου μ μοιρών κύκλου ακτίνας ρ δίνεται από τον τύπο

$$l = \frac{\pi \cdot \rho \cdot \mu}{360} .$$

Μονάδες 2

- B.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της στήλης A και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της στήλης B που είναι λύση της εξίσωσης της στήλης A .

<u>Στήλη A</u>	<u>Στήλη B</u>
α. $2^x = 32$	1. $x = 9$
β. $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{8}{27}$	2. $x = 10$
γ. $\log_3 x = 2$	3. $x = 5$
δ. $\log_x 0,001 = -3$	4. $x = -3$
	5. $x = \frac{1}{10}$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η πολυωνυμική συνάρτηση $f(x) = 2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 1$.

1. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$.

Μονάδες 9

2. Να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbf{R}$ έτσι ώστε η γραφική παράσταση της f να μην είναι πάνω από τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 8

3. Να γράψετε την ταυτότητα της ευκλείδιας διαίρεσης $f(-x) : (x^2 + 1)$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται κύκλος (O, R) και δύο ακτίνες OA και OB που σχηματίζουν γωνία 60° . Στο σημείο B φέρνουμε εφαπτομένη Bx και από το A φέρνουμε την $AG \perp Bx$.

1. Να υπολογίσετε την περίμετρο του μiktόγραμμου τριγώνου ABG .

Μονάδες 12

2. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του μiktόγραμμου τριγώνου ABG .

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = (1 - 2 \cdot \alpha)^x$, $x \in \mathbb{R}$.

A. Να βρείτε τις πραγματικές τιμές του α για τις οποίες ορίζεται στο \mathbb{R} η συνάρτηση $g(x)$ και είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 10

B. Για $\alpha = -1$, να λυθεί η εξίσωση $g(x^2) + g(1 - x^2) = 2 \cdot \sqrt{3}$.

Μονάδες 15

Καλή επιτυχία

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
1/4/2016
ΤΜΗΜΑΤΑ : Β₁, Β₃, Β₆

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

- i.** Να δώσετε τον ορισμό του λογαρίθμου ενός θετικού αριθμού με βάση a
(Μονάδες 10)
- ii.** Να αποδείξετε την ιδιότητα: $\log_a(\theta^k) = k \log_a(\theta)$
(Μονάδες 10)
- iii.** Να συμπληρώσετε με Σωστό «Σ» ή Λάθος «Λ» τις παρακάτω προτάσεις:
- a)** Αν το αλγεβρικό άθροισμα των συντελεστών ενός πολυωνύμου είναι ίσο με μηδέν, τότε το πολυώνυμο έχει ρίζα το 1.
- b)** Αν το $x^2 - 1$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)$, τότε $P(1)=0$.
- c)** Ισχύει ότι $(0,3)^5 < (0,3)^6$
- d)** Ισχύει ότι $\log x^y = (\log x)^y$ για κάθε $x > 0$.
- e)** Ισχύει ότι $e^{\ln 10} = 10^{\log e}$
(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + ax^2 + \beta x - 8$, όπου $a, \beta \in \mathbb{R}$.

- i.** Να βρείτε τα a, β ώστε το $P(x)$ να έχει ρίζες τους $\rho_1=1$ και $\rho_2=2$.
(Μονάδες 10)
- ii.** Αν $a=-7$ και $\beta=14$, να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.
(Μονάδες 10)
- iii.** Να λύσετε την ανίσωση $8^x - 7 \cdot 4^x + 7 \cdot 2^{x+1} - 8 \leq 0$.
(Μονάδες 20)

ΘΕΜΑ 3^ο

Να αποδείξετε τις παρακάτω σχέσεις:

i. $2 + 3\log_5 2 - 2\log_5 10 = \log_5 2$ (Μονάδες 15)

ii. $\log^2 50 + \log^2 5 - \log 25 \cdot \log 50 = 1$ (Μονάδες 15)

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

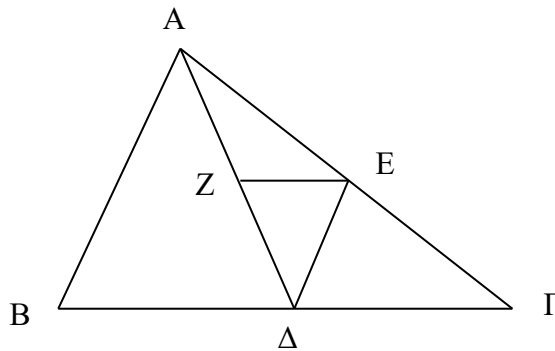
- i. Η διάμεσος ενός τριγώνου χωρίζει το τρίγωνο σε δύο τρίγωνα που έχουν ίσο
- ii. Το εμβαδόν ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς 2 είναι ίσο με
- iii. Σε κάθε κανονικό n -γωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο (O,R) ισχύει $\lambda_v^2 + 4a_v^2 = \dots\dots\dots$
- iv. Η πλευρά του εγγεγραμμένου τετραγώνου σε κύκλο ακτίνας $R=1$ ισούται με
- v. Το απόστημα ενός κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας $R=2$ ισούται με
- vi. Η πλευρά του εγγεγραμμένου ισοπλεύρου τριγώνου σε κύκλο ακτίνας $R=1$ ισούται με
- vii. Το μήκος ενός τόξου 60° σε κύκλο ακτίνας $R=1$ ισούται με
- viii. Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα 30° σε κύκλο ακτίνας $R=2$ ισούται με

(Μονάδες 40)

ΘΕΜΑ 2°

Στο παρακάτω τρίγωνο τα Δ, Ε, Ζ είναι μέσα των ΒΓ, ΑΓ, ΑΔ .
Να δείξετε ότι:

$$(\Delta EZ) = \frac{1}{8}(\Delta B\Gamma)$$

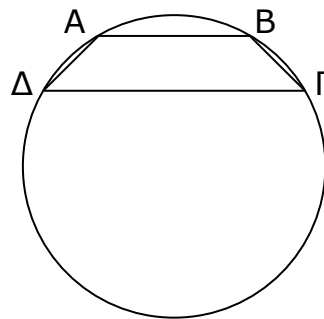


(Μονάδες 20)

ΘΕΜΑ 3°

Σε κύκλο (Ο, R) φέρνουμε δύο παράλληλες χορδές $AB=R$ και $\Delta\Gamma = R\sqrt{3}$ προς το ίδιο μέρος του κέντρου. Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ που σχηματίζεται να βρεθούν:

- i. Τα μήκη των διαγωνίων ΑΓ, ΒΔ.
- ii. Το ύψος του τραπεζίου ΑΒΓΔ.
- iii. Το εμβαδόν του τραπεζίου ΑΒΓΔ.
- iv. Το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος που περικλείεται μεταξύ της χορδής ΑΒ και του κυρτού τόξου \widehat{AB} .



(Μονάδες 40)

Να έχετε επιτυχία !

ΑΛΓΕΒΡΑ

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

1-4-2017

ΤΜΗΜΑ: Β₀₁.Β₀₂.Β₀₃

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στο τετράδιό σας , δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση , τη λέξη **Σωστό** , αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος .

1. Αν η διαίρεση ενός πολυωνύμου $P(x)$ 4^{ου} βαθμού με το $x^2 + 1$ δεν είναι τέλεια , τότε το υπόλοιπο της διαίρεσης είναι πολώνυμο το πολύ 1^{ου} βαθμού .

Μονάδες 2

2. ο σταθερός όρος του πολυωνύμου

$$P(x) = (x^2 - 1)^{2000} + 2017 \cdot x + 2016 \text{ είναι το } 2016 .$$

Μονάδες 2

3. Η παράσταση $A = e^{\ln 10} + 10^{\log e}$ είναι ίση με $10 + e$.

Μονάδες 2

4. Για κάθε $x < 0$ ισχύει $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 3^x$.

Μονάδες 2

5. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $\ln e^x = x$.

Μονάδες 2

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της στήλης A και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της στήλης B που είναι λύση της εξίσωσης της στήλης A .

<u>Στήλη A</u>	<u>Στήλη B</u>
α. $2^x = 32$	1. $x = 9$
β. $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{8}{27}$	2. $x = 10$
γ. $\log_3 x = 2$	3. $x = 5$
δ. $\log_x 0,001 = -3$	4. $x = -3$
	5. $x = \frac{1}{10}$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2^ο

1. Να βρείτε το υπόλοιπο και το πηλίκο της διαίρεσης

$$(x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 2) : (x - 3)$$

Μονάδες 10

2. Αν $P(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x + \lambda$ να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η διαίρεση $P(x) : (x - 3)$ να έχει υπόλοιπο 0 .

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \alpha \cdot x^2 - 11 \cdot x + 30, \alpha \in \mathbb{R}$ για το οποίο γνωρίζουμε ότι η τιμή του για $x = 1$ είναι 16 .

1. Να υπολογίσετε την τιμή του α .

Μονάδες 10

2. Αν $\alpha = -4$ και το 2 είναι ρίζα της εξίσωσης $P(x) = 0$, να προσδιορίσετε τις άλλες ρίζες της εξίσωσης $P(x) = 0$.

Μονάδες 10

3. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \leq 0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = (1 - 2 \cdot \alpha)^x, x \in \mathbb{R}$.

A. Να βρείτε τις πραγματικές τιμές του α για τις οποίες ορίζεται στο \mathbb{R} η συνάρτηση $g(x)$ και είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της .

Μονάδες 10

B. Για $\alpha = -1$, να λυθεί η εξίσωση $g(x^2) + g(1 - x^2) = 2 \cdot \sqrt{3}$.

Μονάδες 15

Καλή επιτυχία

Κυριακή 2 Απριλίου 2017
Γραπτή εξέταση στην Άλγεβρα Β' Λυκείου

Θέμα 1

Δίνεται ότι το $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ έχει παράγοντες τους $x + 1$ και $x - 2$.

- α. Να δείξετε ότι $a = -3$ και $b = 0$.
- β. Για τα a και b που βρέθηκαν, να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$
- γ. Για τα a και b που βρέθηκαν, να λυθεί η ανίσωση $P(x) \leq 0$

Μονάδες 25

Θέμα 2

Να λυθούν οι εξισώσεις/ανισώσεις:

- α. $3^{2x+1} > 27$
- β. $2^{2x+2} - 9 \cdot 2^x + 2 = 0$.

Μονάδες 25

Θέμα 3

- A. Αν το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - ax^2 + bx + a^2 - 1$ έχει παράγοντες τους x και $x + 1$, να βρείτε τα a και b . Στη συνέχεια να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : (x + 1)$.
- B. Εξετάστε αν το $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ διαιρείται με το $(x - 2)^2$.
- Γ. Αν για το $P(x)$ πολυώνυμο ισχύει ότι διαιρούμενο με το $x - 5$ δίνει υπόλοιπο 7 και ότι $P(-2) = 3$, να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x^2 - 3x - 10)$.

Μονάδες 25

Θέμα 4

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \left(\frac{a-1}{4-a}\right)^x$$

- α. Να βρεθούν οι τιμές του $a \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η συνάρτηση f ορίζεται.
- β. Να βρεθούν οι τιμές του $a \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα.
- γ. Αν $a = 3$, να λύσετε την ανίσωση $f(x) + f(x + 1) < 6$.

Μονάδες 25

Καλή επιτυχία!