

ΑΛΓΕΒΡΑ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

6-12-2015

ΤΜΗΜΑ: Β₂, Β₈, ΖΩΗΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος.

1. Αν ένα γραμμικό σύστημα 2×2 είναι αδύνατο τότε $D=0$.

Μονάδες 2

2. Αν ένα γραμμικό σύστημα 2×2 έχει μοναδική λύση τότε $D=0$ και $D_x \neq 0$ και $D_y \neq 0$.

Μονάδες 2

3. Ισχύει $\eta\mu^2 x + \eta\mu^2 \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = 1$.

Μονάδες 2

4. Αν ισχύει $\eta\mu(\alpha + \beta) = 1$ τότε $\sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta) = 0$.

Μονάδες 2

5. $\epsilon\phi 480^\circ = -\sqrt{3}$

Μονάδες 2

6. Η συνάρτηση $f(x) = 3 \cdot \eta\mu(4 \cdot x)$ έχει περίοδο $T = \frac{\pi}{4}$

Μονάδες 2

7. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με ύψος $A\Delta$ ισχύει: $A\Delta^2 = \frac{B\Delta}{\Gamma\Delta}$.

Μονάδες 2

8. Σε κάθε τρίγωνο ισχύει η ισοδυναμία : $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2 \Leftrightarrow \hat{A} < 90^\circ$.

Μονάδες 2

9. Το τρίγωνο με πλευρές $\alpha=3$, $\beta=4$, $\gamma=6$ είναι αμβλυγώνιο με $\hat{A} > 90^\circ$.

Μονάδες 2

10. Σε κάθε τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ με διάμεσο μ_β ισχύει: $\mu_\beta^2 = \frac{2\alpha^2 + 2\gamma^2 - \beta^2}{4}$.

Μονάδες 2

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση σε κάθε μία από τις παρακάτω ερωτήσεις .

1. Η εξίσωση $\eta\mu x = \pi$ έχει τις εξής λύσεις

α) $x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi + \pi, x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi$ με $\kappa \in \mathbb{Z}$

β) $x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi + \pi, x = 2 \cdot \kappa \cdot \pi - \pi$ με $\kappa \in \mathbb{Z}$

γ) $x = \kappa \cdot \pi + \pi$ με $\kappa \in \mathbb{Z}$

δ) είναι αδύνατη

Μονάδες 3

2. Αν $D \neq 0$ και $D=D_x, D=2 \cdot D_y$, τότε η λύση του συστήματος

είναι:

α) $(1,1)$ β) $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ γ) $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ δ) $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$ ε) $(-1, -1)$

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται το σύστημα
$$\begin{cases} \eta\mu(\pi + \theta) \cdot x + \sigma\upsilon\nu(-\theta) \cdot y = 1 \\ \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot x + \eta\mu(\pi - \theta) \cdot y = 1 \end{cases}, \theta \in \mathbb{R}$$

1. Να αποδείξετε ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση .

Μονάδες 10

2. Να δείξετε ότι η μοναδική λύση του συστήματος είναι $(x, y) = (\sigma\upsilon\nu\theta - \eta\mu\theta, \eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta), \theta \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Να λυθούν οι εξισώσεις :

1. $\eta\mu x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Μονάδες 5

2. $-2 \cdot \eta\mu^2 x + 5 \cdot \sigma\upsilon\nu x - 1 = 0$

Μονάδες 5

B. Να απλοποιηθεί η παράσταση :

$$A = \frac{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{13\pi}{2} + \omega\right) \cdot \eta\mu(5\pi + \omega) \cdot \epsilon\phi\left(\frac{3\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\phi\left(\frac{17\pi}{2} + \omega\right)}{\eta\mu^2(\pi + \omega) + \eta\mu^2\left(\frac{3\pi}{2} + \omega\right)}$$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με μήκη πλευρών $\beta=5$, $\gamma=3$ και διάμεσο $\mu_\alpha = \frac{7}{2}$.

1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = \sqrt{19}$.

Μονάδες 9

2. Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του .

Μονάδες 8

3. Να βρείτε την γωνία Α του τριγώνου .

Μονάδες 9

4. Να βρείτε το μήκος της προβολής της διαμέσου μ_α πάνω στην πλευρά α .

Μονάδες 9

Καλή επιτυχία

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
6/12/2015
ΤΜΗΜΑΤΑ : Β₃ , Β₅ , Β₆

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Να συμπληρώσετε με «Σ» ή «Λ» τις παρακάτω προτάσεις:

- i.** Αν για ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων ισχύει $D=0$ τότε το σύστημα δεν έχει λύση.
- ii.** Μια άρτια συνάρτηση δεν μπορεί να είναι γνήσια αύξουσα ούτε γνήσια φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της.
- iii.** Μια περιττή συνάρτηση δεν μπορεί να είναι γνήσια αύξουσα ούτε γνήσια φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της.
- iv.** Αν για μια συνάρτηση f ισχύει ότι $f(x) \geq 1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε η συνάρτηση f παρουσιάζει ελάχιστο ίσο με 1.
- v.** Η συνάρτηση $f(x)=\eta\mu x$ είναι περιττή ενώ η $g(x)=\sigma\upsilon\nu x$ είναι άρτια.

(Μονάδες 15)

B) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

- i.** Αν ισχύει για ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων ισχύει $(D_x - 2)^2 + (1 - D_\psi)^2 + |D + 1| = 0$ τότε το σύστημα έχει μοναδική λύση (...,...)
- ii.** Η γραφική παράσταση μιάς άρτιας συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς ενώ η γραφική παράσταση μιάς περιττής συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς
- iii.** Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x+3} + 2$ έχει πεδίο ορισμού το, είναι γνήσια και προκύπτει με μετατόπιση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $g(x) = \sqrt{x}$ κατά μονάδες προς τα(δεξιά/αριστερά) και κατά μονάδες προς τα(πάνω/κάτω).

- iv.** Η συνάρτηση $f(x) = 2 \cdot \text{συν}\left(\frac{3}{2}x\right) - 3$ είναι περιοδική με περίοδο $T = \dots$ και έχει μέγιστη τιμή ίση με \dots και ελάχιστη τιμή ίση με \dots .
- v.** Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων $x\alpha', y\alpha'$ θεωρούμε σημείο $M(3, -4)$. Αν $\chi\hat{O}M = \omega$ τότε $\eta\mu\omega = \dots$, $\sigma\upsilon\upsilon\omega = \dots$, $\epsilon\phi\omega = \dots$, $\sigma\phi\omega = \dots$.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2^ο

- i.** Αν ισχύει $2\sigma\upsilon\upsilon^2\chi - 3\sigma\upsilon\upsilon\chi - 2 = 0$ και $\pi < \chi < \frac{3\pi}{2}$, τότε να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = \frac{\eta\mu\chi - \sigma\upsilon\upsilon\chi}{\epsilon\phi\chi + 1}$.

- ii.** Να βρείτε την τιμή της παράστασης $B = \frac{\eta\mu\left(\frac{29\pi}{4}\right) \cdot \epsilon\phi\left(-\frac{37\pi}{6}\right)}{\sigma\upsilon\upsilon\left(-\frac{67\pi}{3}\right) \cdot \sigma\phi\left(\frac{73\pi}{4}\right)}$.

(Μονάδες 30)

ΘΕΜΑ 3^ο

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

- i.** $2 \cdot \text{συν}^2\left(3\chi + \frac{\pi}{3}\right) = 1$
- ii.** $\epsilon\phi\left(\chi - \frac{\pi}{6}\right) = \sigma\phi\left(\chi + \frac{\pi}{3}\right)$ όπου $\chi \in [\pi, 2\pi)$

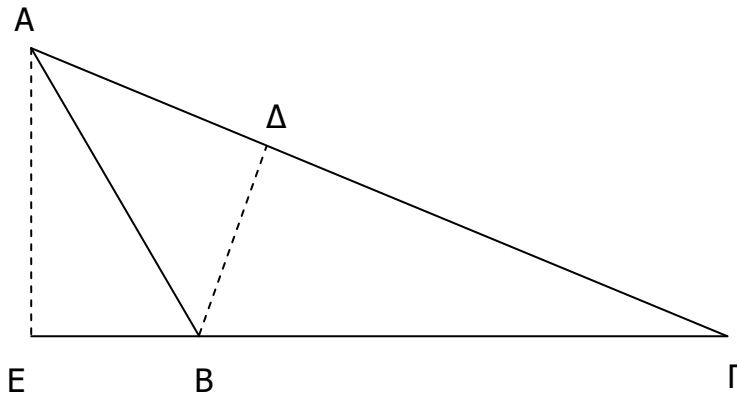
(Μονάδες 40)

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

Να συμπληρώσετε τα κενά:

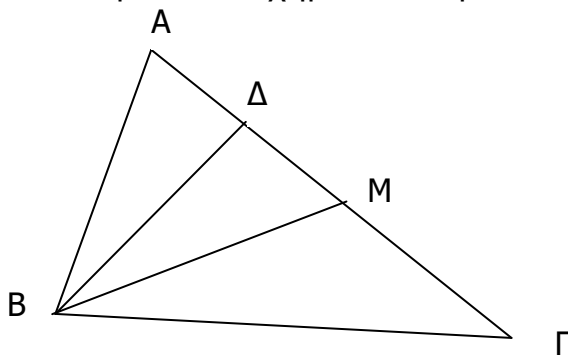
i. Στο παρακάτω σχήμα αν AE , $B\Delta$ ύψη τότε ισχύουν:



- $a^2 = \dots + \dots - 2 \dots \cdot A\Delta$
- $\beta^2 = \dots + \dots + 2a \cdot \dots$
- $\gamma^2 = \dots + \dots - 2 \dots \cdot \text{συν}\Gamma$

(Μονάδες 18)

ii. Στο παρακάτω σχήμα αν M μέσο AG και $B\Delta$ ύψος τότε ισχύουν:

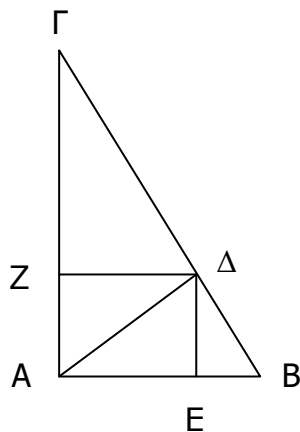


- $AB^2 + B\Gamma^2 = \dots$
- $B\Gamma^2 - AB^2 = \dots$

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2°

Έστω $AB\Gamma$ ορθογώνιο τρίγωνο στο A με $AB=6$, $A\Gamma=8$ και $A\Delta$ ύψος.
Αν $\Delta E \perp AB$ και $\Delta Z \perp A\Gamma$ να βρείτε τα τμήματα $A\Delta$, ΔB , AE και AZ .



(Μονάδες 30)

ΘΕΜΑ 3°

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές : $a=13$, $\beta=8$, $\gamma=7$. Να βρείτε:

- i.** Το είδος του τριγώνου
- ii.** Η προβολή της πλευράς a πάνω στην β
- iii.** Η γωνία A του τριγώνου
- iv.** Το ύψος u_β
- v.** Η διάμεσος μ_β , καθώς και η προβολή της πάνω στην πλευρά β .

(Μονάδες 40)

Να έχετε επιτυχία !

Κυριακή 6 Δεκεμβρίου 2015
Γραπτή δοκιμασία στην Άλγεβρα
Β' Λυκείου

Θέμα Α

A1 Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες:

- α. Η συνάρτηση $f(x) = 3\eta\mu 2x$ έχει περίοδο 4π .
- β. Η εξίσωση $\sigma\upsilon\nu\frac{x}{2} = 2$ έχει άπειρες λύσεις.
- γ. Ισχύει: $\eta\mu^2\frac{\pi}{8} + \eta\mu^2\frac{7\pi}{8} = 1$.
- δ. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = -3\eta\mu 7x$, είναι το διάστημα $[-3, 3]$.
- ε. Αν $2\sigma\upsilon\nu\frac{x}{3} = \sqrt{3}$ τότε $\epsilon\phi x = 0$.

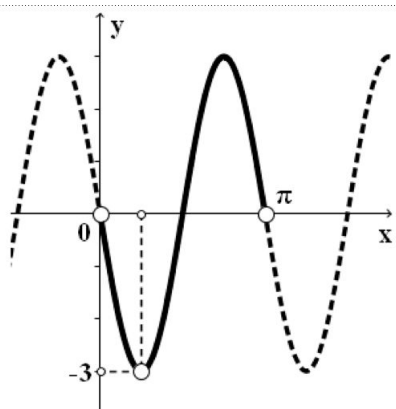
A1 Αντιστοιχίστε τα παρακάτω:

$\eta\mu(-\omega)$	$-\sigma\upsilon\nu\omega$
$\eta\mu(\pi - \omega)$	$\eta\mu\omega$
$\eta\mu(\frac{\pi}{2} - \omega)$	$-\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{2} - \omega)$
$\sigma\upsilon\nu(\pi + \omega)$	$-\eta\mu\omega$
$\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{2} + \omega)$	$\sigma\upsilon\nu\omega$

Μονάδες 25

Θέμα Β

Έστω $f(x) = \rho\eta\mu(\omega x)$, όπου $\rho, \omega \in \mathbb{R}$, που έχει την παρακάτω γραφική παράσταση.



- α. Να βρείτε τα ρ και ω , βάσει της γραφικής παράστασης.
- β. Για $\rho = -3$ και $\omega = 2$ να βρείτε τις τετμημένες x των σημείων τομής της συνάρτησης f με την ευθεία $y = \frac{3}{2}$

Μονάδες 25

Θέμα Γ

- α. Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{\eta\mu\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \epsilon\phi^2\alpha} = \sigma\phi\alpha$$

- β. Αν $\epsilon\phi x = \frac{4}{3}$ να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της x .

Μονάδες 25

Θέμα Δ

Το βάθος του νερού κάτω από τη γέφυρα του Ευρίπου κατά τη διάρκεια της ημέρας δίνεται από τη συνάρτηση

$$f(t) = 20 + \sigma\upsilon\nu\frac{\pi t}{3}$$

, όπου t ο χρόνος σε ώρες.

- α. Να βρεθεί η περίοδος της f
- β. Ποιό είναι το μέγιστο και ποιό το ελάχιστο βάθος του νερού;
- γ. Αν το ύψος της γέφυρας είναι 30 μέτρα (από τον πυθμένα) να εξετάσετε αν ένα σκάφος ύψος 8 μέτρων μπορεί να περάσει στις 12:00.

Μονάδες 25

Να απαντήσετε σε ΌΛΑ τα θέματα

Καλή επιτυχία!