

ΑΛΓΕΒΡΑ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

3-4-2016

ΤΜΗΜΑ : Β₂, Β₈, ΖΩΗΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στο τετράδιό σας , δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση , τη λέξη **Σωστό** , αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος .

1. Κάθε σταθερό μη μηδενικό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού .
Μονάδες 2

2. Το πολυώνυμο $x + 1$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου

$$P(x) = (x^2 - 1)^{2016} + 2016 \cdot x + 2016 .$$

Μονάδες 2

3. Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το x είναι ίσο με τον σταθερό όρο του πολυωνύμου .

Μονάδες 2

4. Η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \alpha^x \cdot \beta^x$, όπου

$$\alpha > 0, \beta > 0, \alpha \neq 1, \beta \neq 1 \text{ είναι γνησίως αύξουσα στο } \mathbb{R}, \text{ όταν } \alpha < \frac{1}{\beta}$$

Μονάδες 2

5. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $\ln e^x = x$.

Μονάδες 2

6. Για κάθε $x < 0$ ισχύει $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 3^x$.

Μονάδες 2

7. Η λύση της εξίσωσης $\log_x 0,001 = -3$ είναι $x = \frac{1}{10}$.

Μονάδες 2

8. Αν σε κανονικό 6-γωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο ισχύει $\lambda_6=10\text{cm}$, τότε $\alpha_6=5\text{cm}$.

Μονάδες 2

9. Αν για κανονικό εξάγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο ισχύει $\alpha_6 = 5 \cdot \sqrt{3} \text{ cm}$, τότε το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου ισούται με $E = 100 \cdot \pi \text{ cm}^2$.

Μονάδες 2

10. Το εμβαδόν τετραγώνου με διαγώνιο δ ισούται με $\frac{\delta^2}{2}$.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται κύκλος (O, R) και τα διαδοχικά σημεία του A, B, Γ έτσι ώστε $AB = \lambda_6$ και $B\Gamma = \lambda_3$.

1. Να εξηγήσετε γιατί η $A\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου.

Μονάδες 5

2. Να βρείτε την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 5

3. Αν M το μέσο της $B\Gamma$, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 5

4. Να βρείτε το άθροισμα των εμβαδών των κυκλικών τμημάτων που ορίζονται από τις χορδές AB και $A\Gamma$.

Μονάδες 5

5. Αν η προέκταση της AM τέμνει τον κύκλο στο σημείο Δ , να δείξετε

$$\text{ότι } M\Delta = \frac{3 \cdot R \cdot \sqrt{7}}{14}.$$

Μονάδες 5

6. Να βρείτε το εμβαδόν $(BM\Delta)$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η πολυωνυμική συνάρτηση $f(x) = 2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 1$.

1. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$.

Μονάδες 9

2. Να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε η γραφική παράσταση της f να μην είναι πάνω από τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 8

3. Να γράψετε την ταυτότητα της ευκλείδιας διαίρεσης $f(-x) : (x^2 + 1)$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln\left(\frac{4-x}{4+x}\right)$.

1. Να ορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f και να αποδείξετε ότι η γραφική της παράσταση διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

Μονάδες 5

2. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = f(-3) + f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1) + f(2) + f(3).$$

Μονάδες 6

3. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) - f(-x) < -2 \cdot \ln 3$.

Μονάδες 7

4. Να λύσετε την εξίσωση $e^{2f(x)} + 3 = 4 \cdot e^{f(x)}$.

Μονάδες 7

Καλή επιτυχία

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
3/4/2016
ΤΜΗΜΑΤΑ : Β₃, Β₅, Β₆

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

- i.** Να δώσετε τον ορισμό του λογαρίθμου ενός θετικού αριθμού με βάση a
(Μονάδες 10)
- ii.** Να αποδείξετε την ιδιότητα: $\log_a(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_a(\theta_1) + \log_a(\theta_2)$
(Μονάδες 10)
- iii.** Να συμπληρώσετε με Σωστό «Σ» ή Λάθος «Λ» τις παρακάτω προτάσεις:
- a)** Αν το αλγεβρικό άθροισμα των συντελεστών ενός πολυωνύμου είναι ίσο με μηδέν, τότε το πολυώνυμο έχει ρίζα το 1.
- b)** Το πολυώνυμο $P(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 2$ μπορεί να έχει θετικές ρίζες.
- c)** Ισχύει ότι $(0,3)^5 < (0,3)^6$
- d)** Ισχύει ότι $10^{\log 7} < e^{\ln 8}$
- e)** Ισχύει ότι $\log e \cdot \ln 10 = 1$
(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + ax^2 + \beta x - 2$, όπου $a, \beta \in \mathbb{R}$.

- i.** Να βρείτε τα a, β ώστε το $P(x)$ διαιρούμενο με το $x^2 + x - 3$ να έχει ηλίκο ίσο με το υπόλοιπο.
(Μονάδες 10)
- ii.** Αν $a=3$ και $\beta=-3$ να βρείτε το ηλίκο και να γράψετε την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης.
(Μονάδες 10)
- iii.** Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.
(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 3^ο

- i. Να λύσετε την εξίσωση: $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$
(Μονάδες 10)
- ii. Να λύσετε την ανίσωση: $\log_2(9^{x-1} + 7) \leq 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$
(Μονάδες 15)
- iii. Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} x^{\log y} = 2 \\ xy = 20 \end{cases}$
(Μονάδες 15)

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

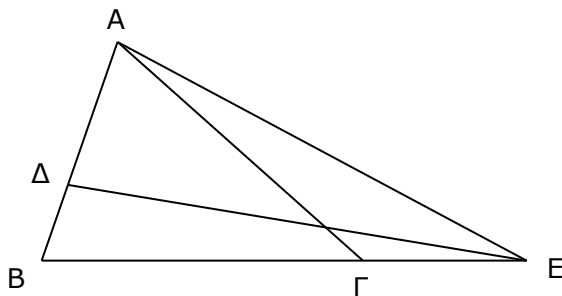
Να συμπληρώσετε με «**Σωστό**» ή «**Λάθος**» τις παρακάτω προτάσεις.

- i. Η διχοτόμος ενός τριγώνου χωρίζει το τρίγωνο σε δύο ισεμβαδικά τρίγωνα.
- ii. Ο λόγος των εμβαδών δύο όμοιων τριγώνων ισούται με τον λόγο ομοιότητας τους.
- iii. Το εμβαδόν ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς 2 είναι ίσο με $\sqrt{3}$.
- iv. Το μοναδικό κανονικό n -γωνο με φ_n οξεία γωνία είναι το ισόπλευρο τρίγωνο.
- v. Σε κάθε κανονικό n -γωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο (O,R) ισχύει $\lambda_v^2 + 4a_v^2 = 4R^2$.
- vi. Η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου ενός τετραγώνου πλευράς 5 ισούται με $5\sqrt{2}$.
- vii. Το απόστημα ενός κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας 2 ισούται με $\sqrt{3}$.

(Μονάδες 35)

ΘΕΜΑ 2°

Στο παρακάτω τρίγωνο $AB\Gamma$ το Δ σημείο της AB τέτοιο ώστε $A\Delta = \frac{2}{3}AB$ και E σημείο στη προέκταση της $B\Gamma$ ώστε $\Gamma E = \frac{1}{2}B\Gamma$. Να βρείτε το $\frac{(A\Delta E)}{(AB\Gamma)}$.

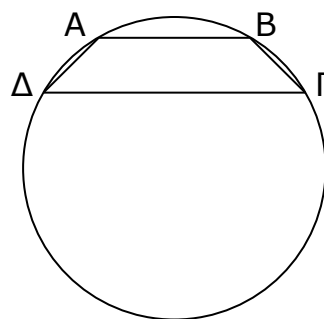


(Μονάδες 25)

ΘΕΜΑ 3°

Σε κύκλο (O,R) φέρνουμε δύο παράλληλες χορδές $AB=R$ και $\Delta\Gamma = R\sqrt{3}$ προς το ίδιο μέρος του κέντρου. Στο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ που σχηματίζεται να βρεθούν:

- i. Τα μήκη των χορδών $A\Delta$ και $B\Gamma$
- ii. Τα μήκη των διαγωνίων $A\Gamma$, $B\Delta$
- iii. Το ύψος του τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$.
- iv. Το εμβαδόν του τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$.



(Μονάδες 40)

Να έχετε επιτυχία !

Κυριακή 3 Απριλίου 2016
Γραπτή εξέταση στην Άλγεβρα Β' Λυκείου

Θέμα 1

A. Να αποδείξετε ότι

$$\log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)$$

για $a, x, y \in (0, +\infty)$.

B. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λάθος:

α. Αν $a > 0$, τότε ο $\ln \frac{1}{a}$ είναι θετικός.

β. Αν $a > 1$ τότε η συνάρτηση $f(x) = a^x$ είναι γνησίως φθίνουσα.

γ. Ισχύει: $\ln a^n = n \cdot \ln a$ για κάθε $a \in \mathbb{R}$.

δ. Η συνάρτηση $f(x) = \log x$ έχει σύνολο τιμών το $(0, +\infty)$.

ε. Η συνάρτηση $f(x) = x^2$ με $x > 0$, είναι εκθετική.

Μονάδες 20

Θέμα 2

Να λυθούν οι εξισώσεις:

α. $3^{2x+1} > 27$

β. $2^{2x+2} - 9 \cdot 2^x + 2 = 0$.

Μονάδες 20

Θέμα 3

A. Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

α. $A = \ln e^4 \cdot \log 10^{504}$

β. $B = \log\left(1 + \frac{1}{2}\right) + \log\left(1 + \frac{1}{3}\right) + \log\left(1 + \frac{1}{4}\right) + 2\log 2$

B. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις -ανισώσεις:

α. $\log x + \log(x - 1) = \log 12$

β. $2^{\log(x^2 - 101x)} \leq 4$

Μονάδες 25

Θέμα 4

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \left(\frac{a-1}{4-a}\right)^x$$

- α. Να βρεθούν οι τιμές του $a \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η συνάρτηση f ορίζεται.
- β. Να βρεθούν οι τιμές του $a \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα.
- γ. Αν $a = 3$, να λύσετε την ανίσωση $f(x) + f(x + 1) < 6$.

Μονάδες 20

Θέμα 5

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{2\ln x + 1}{2\ln x - 1}$$

- α. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού.
- β. Να βρεθεί το σημείο τομής της C_f με τον $x'x$.
- γ. Να δείξετε ότι $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{f(x)}$, για $x > 0$.
- δ. Να λυθεί η $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3$, για $x > 0$.

Μονάδες 20

Καλή επιτυχία!