

Διαγώνισμα Μαθηματικών

Α' Λυκείου

9/2/19

Θέμα 1^ο (5 μονάδες)

1. Να απλοποιήσετε την παράσταση: $\frac{4x^2 - 12x + 9}{2x^2 - 5x + 3}$
2. Να λύσετε τις ανισώσεις:
 - α. $\frac{x-12}{2} + \frac{x}{2} + \frac{3}{4} > x$
 - β. $2 \leq |x-5| \leq 4$
 - γ. $x^2 - 5x \geq -6$
 - δ. $-3 \leq x^2 - 4x \leq 5$

Θέμα 2^ο (5 μονάδες)

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 2)x + 2\lambda = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

- α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
- β. Να βρείτε τις τιμές του λ , ώστε:
 - i) Η εξίσωση να έχει δύο ρίζες άνισες.
 - ii) Η εξίσωση να έχει δύο ρίζες αντίστροφες.
 - iii) Οι ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης να ικανοποιούν τη σχέση $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{5}{2}$.

Θέμα 3^ο (5 μονάδες)

Δίνεται το τριώνυμο $A(x) = x^2 - (\lambda - 1)x + 1$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

- α. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η εξίσωση $A(x) = 0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.
- β. Αν x_1, x_2 δύο διαφορετικές ρίζες της εξίσωσης $A(x) = 0$, να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες ισχύει $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \lambda^2 - 5$.
- γ. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες ισχύει $A(x) \geq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- δ. Αν $\lambda = 1$, να λύσετε την ανίσωση $|A(x)| - |2x - 3| \geq x^2 - 2x$.

Θέμα 4^ο (5 μονάδες)

Δίνετε τρίγωνο $AB\Gamma$ με AK διχοτόμο της γωνίας \hat{A} . Στην προέκταση της AK θεωρούμε σημείο Δ , ώστε $AK = K\Delta$. Η παράλληλη από το Δ προς την AB τέμνει τις $A\Gamma$ και $B\Gamma$ στα σημεία E και Z αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- α. Το τρίγωνο AED είναι ισοσκελές.
- β. Η EK είναι μεσοκάθετος της AD .
- γ. Τα τρίγωνα AKB και $K\Delta Z$ είναι ίσα.
- δ. Το τετράπλευρο $AZ\Delta B$ είναι παραλληλόγραμμο.

Καλή Επιτυχία