Διαγώνισμα Μαθηματικών

Α’ Λυκείου

8/12/18

<u>Θέμα 1ο</u> (5 μονάδες)

Α1. Να αποδείξετε ότι : $|\alpha+\beta| \le |\alpha|+|\beta|$, για κάθε $\alpha,\beta \in \mathbb{R}$. Πότε ισχύει η ισότητα;

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, ως Σωστές ή Λανθασμένες.

α. Αν α , β πραγματικοι αριθμοί, τότε: $|\alpha|+|\beta| = 0 \Leftrightarrow \alpha=\beta=0$.

β. Αν x πραγματικός αριθμός, τότε: $|x-1| = |1-x|$.

γ. $\sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}} = \alpha^{\frac{\nu}{\mu}}$ όπου ν , μ θετικοί ακέραιοι και $\alpha > 0$.

δ. Αν $\alpha \le 0$ και ν θετικός ακέραιος, τότε ισχύει $\sqrt[\nu]{\alpha^{\nu}} = \alpha$.

ε. Αν $\alpha \ge 0$, τότε η $\sqrt{\alpha}$ παριστάνει τη μη αρνητική λύση της εξίσωσης $x^2 = \alpha$

στ. Υπάρχει τιμή του λ , ώστε η εξίσωση $(\lambda-1)x = \lambda-2$, να είναι ταυτότητα.

<u>Θέμα 2ο</u> (5 μονάδες)

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \sqrt[3]{8-\sqrt{15}} \cdot \sqrt[3]{8+\sqrt{15}} \cdot \sqrt[3]{7}$ και $B = \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[15]{2^2}$.

Να αποδειχθεί ότι:

α. Α = 7

β. Β = 2

γ. $\dfrac{5}{\sqrt{A}+\sqrt{B}} + \dfrac{5}{\sqrt{A}-\sqrt{B}} = 2\sqrt{7}$

<u>Θέμα 3ο</u> (5 μονάδες)

Έστω ρ η κοινή ρίζα των εξισώσεων $\big|2|x|-3\big|-1=0\,,(1)$ και $\dfrac{\sqrt{x^2-4x+4}}{|2x-3|}=1,(2)$

α. Να βρείτε τον αριθμό ρ .

β. Να λύσετε την εξίσωση $|x-2\rho| = 2x-\rho$

γ. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η εξίσωση $\lambda^4(x-\lambda) = \rho(x-1)$, (3) είναι ταυτότητα.

<u>Θέμα 4ο</u> (5 μονάδες)

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ , με ΑΒ < ΑΓ , και η διχοτόμος του ΑΔ . Προεκτείνουμε την ΑΒ , προς το μέρος του Β , κατά τμήμα ΒΕ , ώστε ΑΕ = ΑΓ .

α. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΔΕΓ είναι ισοσκελές.

β. Να αποδείξετε ότι ΔΒ < ΔΓ .

γ. Αν η προέκταση της ΕΔ τέμνει την ΑΓ στο Ζ , να αποδείξετε ότι ΑΒ = ΑΖ.

Καλή Επιτυχία