

# Διαγώνισμα Μαθηματικών

Α' Λυκείου

7/10/17

Θέμα 1<sup>ο</sup> (5 μονάδες)

Να βρείτε την τιμή της παράστασης  $A = \left[ (xy^{-1})^2 : (x^3y^7)^{-1} \right]^2$ , για  $x=0,4$  και  $y=-2,5$

Θέμα 2<sup>ο</sup> (5 μονάδες)

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

α.  $\frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 - x}$

β.  $\frac{(a^3 - \beta^3) + (a^2 - \beta^2)}{a^2 + \beta^2 + a\beta + a + \beta}$

γ.  $\frac{x^2y + xy}{xy - y} \cdot \left( \frac{x+1}{x-1} \right)^{-1}$

δ.  $(a+\beta)^2 \cdot (a^{-1} + \beta^{-1})^{-2}$

Θέμα 3<sup>ο</sup> (5 μονάδες)

Αν  $1 \leq a \leq 2$  και  $3 \leq \beta \leq 4$ , μεταξύ ποιων τιμών βρίσκονται οι παραστάσεις:

α.  $a + \beta$

β.  $a^2 - \beta^2$

γ.  $\frac{\beta}{a}$

δ.  $2a^2 - 3a\beta$

Θέμα 4<sup>ο</sup> (5 μονάδες)

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με βάση ΒΓ. Στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ θεωρούμε σημεία Δ και Ε αντίστοιχα, ώστε ΒΔ = ΓΕ και έστω Μ το μέσο της ΔΕ.

α. Να αποδείξετε ότι η ΑΜ είναι διχοτόμος της γωνίας Α.

β. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΓΕΜ είναι ίσα.

γ. Προεκτείνουμε τη ΔΕ κατά ίσα τμήματα ΔΖ και ΕΗ. Να αποδείξετε ότι ΒΖ = ΓΗ.

Καλή Επιτυχία

Σάββατο 7 Οκτωβρίου 2017  
Γραπτή εξέταση στην  
Άλγεβρα και την Γεωμετρία Α' Λυκείου

**Θέμα 1**

A. Να αποδείξετε ότι αν  $a > 0$ ,

$$a + \frac{1}{a} > 2$$

B. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λαθος.

α. Ισχύει ότι  $a^2 - b^2 = (a - b)^2$

β. Αν  $ab = ac$ , τότε  $b = c$  για κάθε  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

γ. Κάθε πραγματικός αριθμός έχει αντίστροφο.

δ. Ισχύει ότι  $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0$  ή  $b = 0$ .

ε. Αν ένας αριθμός είναι φυσικός τότε είναι και ακέραιος.

Μονάδες 20

**Θέμα 2**

A. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

α.

$$A = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$$

β.

$$B = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2xy + y^2} \cdot \frac{x^2 + xy + y^2}{x^3 - y^3}$$

B. Να αποδείξετε ότι για κάθε  $a, b \in \mathbb{R}$  ισχύει:

$$a^2 + b^2 - 2a + 4b + 5 \geq 0$$

Μονάδες 20

### Θέμα 3

Αν  $x, y$  είναι τα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου με  $1 < x < 3$  και  $2 < y < 4$ , τότε να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή

- α) του εμβαδού και
- β) της περιμέτρου του.

Μονάδες 20

### Θέμα 4

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG$ ) και  $\Delta$  το σημείο τομής των διχοτόμων των γωνιών  $B$  και  $\Gamma$ . Να δείξετε ότι:

- α. Το τρίγωνο  $B\Delta\Gamma$  είναι ισοσκελές.
- β. Οι γωνίες  $\widehat{A\Delta\Gamma}$  και  $\widehat{A\Delta B}$  είναι ίσες.
- γ. Η ευθεία  $A\Delta$  είναι μεσοκάθετος του τμήματος  $B\Gamma$ .

Μονάδες 40

Καλή επιτυχία!