

# Διαγώνισμα Μαθηματικών

A' Λυκείου

10/2/18

## Θέμα 1<sup>ο</sup> (5 μονάδες)

1. Να απλοποιήσετε την παράσταση:

α.  $\frac{4x^2 - 12x + 9}{2x^2 - 5x + 3}$

2. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α.  $\frac{x-12}{2} + \frac{x}{2} + \frac{3}{4} > x$     β.  $2 \leq |x-5| \leq 4$     γ.  $x^2 - 5x \geq -6$     δ.  $-3 \leq x^2 - 4x \leq 5$

## Θέμα 2<sup>ο</sup> (5 μονάδες)

1. Αν η εξίσωση  $x^2 - (\lambda - 1)x - \lambda + 1 = 0$  έχει διπλή ρίζα, να βρείτε το  $\lambda$  και μετά την διπλή ρίζα της.

2. Δίνεται το τριώνυμο  $(\lambda + 1)x^2 - 2\lambda x + \lambda + 1$ ,  $\lambda \neq 1$

α. Να βρεθεί η διακρίνουσα του.

β. Να βρεθούν οι τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , για τις οποίες η ανίσωση  $(\lambda + 1)x^2 - 2\lambda x + \lambda + 1 > 0$  αληθεύει για κάθε  $x \in \mathbb{R}$

## Θέμα 3<sup>ο</sup> (5 μονάδες)

Δίνονται οι εξισώσεις:  $x^2 - 4x + \alpha + 1 = 0$  (1) και  $3x^2 + 2018x + 2\beta = -1$  (2)

α. Να βρεθεί το  $\alpha \in \mathbb{R}$ , αν η εξίσωση (1) έχει μια διπλή λύση.

β. Να βρεθεί το  $\beta \in \mathbb{R}$ , αν η εξίσωση (2) έχει δύο λύσεις αντίστροφες.

γ. Αν  $x_1, x_2$  οι λύσεις της εξίσωσης:

$$x^2 + (\alpha + \beta)x + \beta - \alpha = 0$$

i) Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$A = (5x_1 - 3) \cdot (5x_2 - 3)$$

ii) Να λυθεί η εξίσωση:

$$2(x-1)^2 + \left( \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \right) \cdot |x-1| + \frac{6}{x_1} + \frac{6}{x_2} = 0 \quad (3)$$

## Θέμα 4<sup>ο</sup> (5 μονάδες)

Δίνετε τρίγωνο ABΓ με ευθεία  $\varepsilon \parallel B\Gamma$ , που διέρχεται από το Α. Αν οι διχοτόμοι ΒΔ και ΓΕ του τριγώνου ABΓ τέμνουν την ευθεία ( $\varepsilon$ ) στα σημεία Ζ και Η αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α. Το τρίγωνο ABΖ είναι ισοσκελές.

β.  $ZH = AB + AG$ .

Καλή Επιτυχία

10 Φεβρουαρίου 2018  
Γραπτή εξέταση στην  
Άλγεβρα και την Γεωμετρία Α΄ Λυκείου

**Θέμα 1**

- α. Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης  $-2x^2 + 10x = 12$ .  
β. Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{-2x^2 + 10x - 12}{x - 2} = 0$$

Μονάδες 20

**Θέμα 2**

- α. Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο  $2x^2 - 5x + 3$ . Στη συνέχεια να βρείτε το πρόσημό του.  
β. Να λυθεί η ανίσωση:  $-x^2 + 3x - 2 < 0$ .

Μονάδες 20

**Θέμα 3**

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - 2(k - 1)x + k + 5 = 0$ , με παράμετρο  $k \in \mathbb{R}$ .

- α. Να βρεθεί η διακρίνουσά της.  
β. Να βρεθούν οι τιμές του  $k \in \mathbb{R}$ , ώστε η εξίσωση να έχει δύο ρίζες.  
γ. Αν η παραπάνω εξίσωση έχει ρίζες τους αριθμούς  $x_1$  και  $x_2$ , και  $d(x_1, x_2)$  είναι η απόσταση των ριζών στον άξονα των πραγματικών, να βρείτε για ποιές τιμές του  $k$  ισχύει:

$$d(x_1, x_2) = \sqrt{24}$$

Μονάδες 20

#### Θέμα 4

1) Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  στο οποίο η εξωτερική γωνία  $\hat{A}_{\epsilon\zeta}$  είναι διπλάσια της εσωτερικής  $\hat{B}$ .

**α.** Να δείξετε ότι το  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές.

**β.** Η μεσοκάθετη της  $AB$  τέμνει την  $A\Gamma$  στο σημείο  $\Delta$ . Αν  $\hat{A\Delta B} = 80^\circ$  να υπολογίσετε τις γωνίες του  $AB\Gamma$ .

2) Σε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$  είναι  $\hat{A} = 80^\circ$ . Παίρνουμε τυχαίο σημείο  $E$  στην  $B\Gamma$  και κατόπιν τα σημεία  $\Delta$  και  $Z$  στις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα έτσι ώστε  $B\Delta = BE$  και  $\Gamma E = \Gamma Z$ . Να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων  $B\Delta E$  και  $\Gamma Z E$ , καθώς και την  $\hat{\Delta E Z}$ .

Μονάδες 40

Καλή επιτυχία!