

Διαγώνισμα Μαθηματικών

A' Λυκείου

2/12/17

Θέμα 1^ο (5 μονάδες)

α. Αν $a > \beta$, να αποδείξετε ότι:

$$\text{i) } a = \frac{a+\beta+|a-\beta|}{2} \quad \text{ii) } \beta = \frac{a+\beta-|a-\beta|}{2}$$

β. Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} = 13$

Θέμα 2^ο (5 μονάδες)

Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\text{α) } 2(x-1)+3x-2=3-2(4+x) \quad \text{β) } x^2(x-4)+2x(x-4)+(x-4)=0$$

$$\text{γ) } x(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 \quad \text{δ) } \frac{3}{x+2} - \frac{2}{x} = \frac{x-4}{x^2+2x}$$

$$\text{ε) } |2x-1| = x-2 \quad \text{στ) } \frac{2|x|+1}{3} - \frac{|x|-1}{2} = \frac{1}{2}$$

Θέμα 3^ο (5 μονάδες)

Έστω ρ η κοινή ρίζα των εξισώσεων $|2|x|-3|-1=0$, (1) και $\frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{|2x-3|} = 1$, (2)

α. Να βρείτε τον αριθμό ρ .

β. Να λύσετε την εξίσωση $|x-2\rho| = 2x-\rho$

γ. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η εξίσωση $\lambda^4(x-\lambda) = \rho(x-1)$, (3) είναι ταυτότητα.

Θέμα 4^ο (5 μονάδες)

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), η διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Gamma}$ τέμνει την πλευρά AB στο σημείο Δ . Από το Δ φέρουμε προς την πλευρά $B\Gamma$ την κάθετο DE , η οποία τέμνει τη $B\Gamma$ στο σημείο E και η γωνία \hat{B} είναι μικρότερη της γωνίας $\hat{\Gamma}$. Να αποδείξετε ότι:

α. $A\Delta = DE$

β. $A\Delta < \Delta B$

γ. $AB > A\Gamma$

Καλή Επιτυχία

Σαββατο 2 Δεκεμβρίου 2017
Γραπτή εξέταση στην
'Αλγεβρα και την Γεωμετρία Α' Λυκείου

Θέμα Α

A1. Να λυθεί η εξίσωση

$$\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{13}{6}$$

A2. Για τις διάφορες τιμές του λ να λύσετε την εξίσωση:

$$(\lambda^2 - 4)x - \lambda + 2 = 0$$

Μονάδες 20

Θέμα Β

B1. Δίνεται η παράσταση $A = |x + 1| - |x - 4| + 5$, με $-1 \leq x \leq 4$.

α. Να απλοποιήσετε την A .

β. Εξετάστε αν υπάρχουν x ώστε $A = 0$.

B2. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α. $|x - 4| = 7$

β. $|2x + 5| = 3$

Μονάδες 20

Θέμα Γ

Υπολογίστε τις παραστάσεις:

$$A = \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1}$$

$$B = 2\sqrt{8} - 2\sqrt{18} + 2\sqrt{32} - 2\sqrt{50} + 4\sqrt{72} - 2\sqrt{162}$$

Μονάδες 20

Θέμα Δ

Δ1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και τα ύψη του $B\Delta$ και ΓE . Να δείξετε ότι:

- α. Τα τρίγωνα ΒΔΓ και ΓΕΒ είναι ίσα.
β. $AD = AE$

Μονάδες 20

Δ2. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Φέρουμε τις διαμέσους ΒΜ και ΓΝ και στις προεκτάσεις τους παίρνουμε ευθύγραμμα τμήματα $M\Delta = BM$ και $NE = GN$. Να δείξετε ότι:

- α. $AE = BF$
β. $AD = BF$
γ. Το Α είναι μέσο του ΔΕ

Μονάδες 20

Καλή επιτυχία!