

# Διαγώνισμα Μαθηματικών

Α' Λυκείου

9/10/16

Θέμα 1<sup>ο</sup> (4 μονάδες)

Αν  $A=3x^2-5x+6$ ,  $B=-x^3-2x+9$  και  $\Gamma=-5x^3+2x^2-8x-7$ , να βρείτε τα:

α.  $A+B+\Gamma$       β.  $\Gamma-A$       γ.  $A-B-\Gamma$

Θέμα 2<sup>ο</sup> (4 μονάδες)

Να βρείτε την τιμή της παράστασης  $A=\left[(xy^{-1})^2:(x^3y^7)^{-1}\right]^2$ , για  $x=0,4$  και  $y=-2,5$

Θέμα 3<sup>ο</sup> (4 μονάδες)

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

α.  $\frac{x^3-2x^2+x}{x^2-x}$       β.  $\frac{(a^3-\beta^3)+(a^2-\beta^2)}{a^2+\beta^2+a\beta+a+\beta}$

γ.  $\frac{x^2y+xy}{xy-y} \cdot \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{-1}$       δ.  $(a+\beta)^2 \cdot (a^{-1}+\beta^{-1})^{-2}$

Θέμα 4<sup>ο</sup> (4 μονάδες)

Αν  $1 \leq a \leq 2$  και  $3 \leq \beta \leq 4$ , μεταξύ ποιων τιμών βρίσκονται οι παραστάσεις:

α.  $a+\beta$       β.  $a^2-\beta^2$       γ.  $\frac{\beta}{a}$

Θέμα 5<sup>ο</sup> (4 μονάδες)

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με βάση ΒΓ. Στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ θεωρούμε σημεία Δ και Ε αντίστοιχα, ώστε ΒΔ = ΓΕ και έστω Μ το μέσο της ΔΕ.

- Να αποδείξετε ότι η ΑΜ είναι διχοτόμος της γωνίας Α.
- Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΓΕΜ είναι ίσα.
- Προεκτείνουμε τη ΔΕ κατά ίσα τμήματα ΔΖ και ΕΗ. Να αποδείξετε ότι ΒΖ = ΓΗ.

Καλή Επιτυχία

Κυριακή 9 Οκτωβρίου 2016  
Γραπτή εξέταση στην  
Άλγεβρα και την Γεωμετρία Α' Λυκείου

**Θέμα 1**

- A.** Να αποδείξετε ότι  $|a + b| \leq |a| + |b|$ , για κάθε  $a, b \in \mathbb{R}$ .
- B.** Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λαθος.
- α.** Ισχύει ότι  $a^2 - b^2 = (a - b)^2$
  - β.** Αν  $ab = ac$ , τότε  $b = c$  για κάθε  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .
  - γ.** Κάθε πραγματικός αριθμός έχει αντίστροφο.
  - δ.** Ισχύει ότι  $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0$  ή  $b = 0$ .
  - ε.** Αν ένας αριθμός είναι φυσικός τότε είναι και ακέραιος.

Μονάδες 20

**Θέμα 2**

- A.** Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

**α.**

$$A = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$$

**β.**

$$B = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2xy + y^2} \cdot \frac{x^2 + xy + y^2}{x^3 - y^3}$$

- B.** Να αποδείξετε ότι για κάθε  $a, b \in \mathbb{R}$  ισχύει:

$$a^2 + b^2 - 2a + 4b + 5 \geq 0$$

Μονάδες 20

### Θέμα 3

A. Αν για τους πραγματικούς  $a, b$  με  $a \cdot b \neq 0$  ισχύει

$$a|b| + b|a| = 0$$

να αποδείξετε ότι  $a, b$  ετερόσημοι.

B. Να αποδείξετε ότι για  $a \neq 0$ :

$$\left| a + \frac{1}{a} \right| \geq 2$$

Μονάδες 20

### Θέμα 4

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG$ ) και  $\Delta$  το σημείο τομής των διχοτόμων των γωνιών  $B$  και  $\Gamma$ . Να δείξετε ότι:

α. Το τρίγωνο  $B\Delta\Gamma$  είναι ισοσκελές.

β. Οι γωνίες  $\widehat{A\Delta\Gamma}$  και  $\widehat{A\Delta B}$  είναι ίσες.

γ. Η ευθεία  $A\Delta$  είναι μεσοκάθετος του τμήματος  $B\Gamma$ .

Μονάδες 40

**Καλή επιτυχία!**