

Διαγώνισμα Μαθηματικών

Α' Λυκείου

4/12/16

Θέμα 1^ο (5 μονάδες)

α. Αν $a > \beta$, να αποδείξετε ότι:

$$\text{i) } a = \frac{a+\beta+|a-\beta|}{2} \quad \text{ii) } \beta = \frac{a+\beta-|a-\beta|}{2}$$

β. Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} = 13$

Θέμα 2^ο (5 μονάδες)

Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\text{i) } 2(x-1)+3x-2=3-2(4+x) \quad \text{ii) } \frac{2x-3}{4} - \frac{4-5x}{2} = \frac{4x+11}{3}$$

$$\text{iii) } x^2(x-4)+2x(x-4)+(x-4)=0 \quad \text{iv) } x(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

Θέμα 3^ο (5 μονάδες)

Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\text{i) } \frac{x}{x-1} = \frac{1}{x^2-1} \quad \text{ii) } \frac{3}{x+2} - \frac{2}{x} = \frac{x-4}{x^2+2x} \quad \text{iii) } |2x-3|=5$$

$$\text{iv) } |2x-1|=x-2 \quad \text{v) } \frac{2|x|+1}{3} - \frac{|x|-1}{2} = \frac{1}{2}$$

Θέμα 4^ο (5 μονάδες)

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), η διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Gamma}$ τέμνει την πλευρά AB στο σημείο Δ . Από το Δ φέρουμε προς την πλευρά $B\Gamma$ την κάθετο ΔE , η οποία τέμνει τη $B\Gamma$ στο σημείο E και η γωνία \hat{B} είναι μικρότερη της γωνίας $\hat{\Gamma}$. Να αποδείξετε ότι:

α. $A\Delta = \Delta E$

β. $A\Delta < \Delta B$

γ. $AB > A\Gamma$

Καλή Επιτυχία

4 Δεκεμβρίου 2016
Γραπτή εξέταση στην
Άλγεβρα και την Γεωμετρία Α' Λυκείου

Θέμα 1

α. Να λυθεί η εξίσωση

$$\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{13}{6}$$

β. Για τις διάφορες τιμές του λ να λύσετε την εξίσωση:

$$(\lambda^2 - 4)x - \lambda + 2 = 0$$

Μονάδες 25

Θέμα 2

Δίνεται ο πραγματικός x που ικανοποιεί τη σχέση $d(x, 5) \leq 9$.

α. Να αποδώσετε την παραπάνω σχέση λεκτικά.

β. Με χρήση του άξονα των πραγματικών, να παραστήσετε σε μορφή διαστήματος το σύνολο των δυνατών τιμών του x .

γ. Να γράψετε τη σχέση με το σύμβολο της απόλυτης τιμής και να λύστε το παραπάνω αλγεβρικά.

δ. Δείξτε ότι $|x + 4| + |x - 14| = 18$

Μονάδες 25

Θέμα 3

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και τα ύψη του $B\Delta$ και ΓE . Να δείξετε ότι:

α. Τα τρίγωνα $B\Delta\Gamma$ και $\Gamma E B$ είναι ίσα.

β. $A\Delta = AE$

Μονάδες 25

Θέμα 4

Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$. Φέρουμε τις διαμέσους BM και ΓN και στις προεκτάσεις τους παίρνουμε ευθύγραμμα τμήματα $M\Delta = BM$ και $NE = \Gamma N$. Να δείξετε ότι:

α. $AE = B\Gamma$

β. $A\Delta = B\Gamma$

γ. Το A είναι μέσο του ΔE

Μονάδες 25

Καλή επιτυχία!