

ΑΛΓΕΒΡΑ-ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

7-2-2016

ΤΜΗΜΑ: Α₁ , Α₆ , Α₇

ΣΤΕΦΑΝΟΠΟΥΛΟΣ , ΒΑΛΤΑΔΩΡΟΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α . Αν η εξίσωση $\alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma = 0$ $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, $\alpha \neq 0$ έχει ρίζες τους πραγματικούς αριθμούς x_1, x_2 , να αποδείξετε ότι

$$x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \text{ και } x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} .$$

Μονάδες 15

Β . Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στο τετράδιό σας , δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση , τη λέξη **Σωστό** , αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος .

1. Αν $\alpha = 0$ και $\beta \neq 0$, τότε η εξίσωση $\alpha \cdot x + \beta = 0$ έχει ακριβώς μία λύση .

Μονάδες 2

2. Η εξίσωση $x^2 + \alpha \cdot x - 1 = 0$ έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$

Μονάδες 2

3. Για κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\hat{A}_{\varepsilon\xi} > \hat{A}$.

Μονάδες 2

4. Έστω η εξίσωση $\alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$. Αν ισχύουν $\Delta > 0, P > 0, S > 0$ τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες θετικές .

Μονάδες 2

5. Οι εντός εναλλάξ γωνίες που σχηματίζονται από δύο ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ που τέμνονται από μία τρίτη ευθεία ε_3 είναι ίσες .

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2^ο

A . Να λυθούν οι εξισώσεις :

1. $|2 \cdot |x| - 4| = 4$

Μονάδες 4

2. $(x - 1)^2 + 3 \cdot (x - 1) + 2 = 0$

Μονάδες 4

B . Δίνεται το τριώνυμο $4 \cdot x^2 - 4 \cdot \lambda \cdot x + 5 \cdot \lambda$, με $\lambda \in \mathbb{R}$.

1. Να βρείτε την διακρίνουσα του τριωνύμου και το πρόσημό της για τις διάφορες τιμές του λ .

Μονάδες 6

2. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες :

a) Το τριώνυμο έχει δύο ρίζες άνισες .

Μονάδες 2

b) Η παράσταση $\sqrt{4 \cdot x^2 - 4 \cdot \lambda \cdot x + 5 \cdot \lambda}$ ορίζεται για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 2

- 3 . Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του λ , για την οποία το τριώνυμο έχει δύο ρίζες x_1, x_2 ώστε να ισχύει $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2 - 1$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3^ο

A . Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και από την κορυφή του A φέρνουμε την ευθεία $\varepsilon // B\Gamma$. Αν οι διχοτόμοι των γωνιών \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ τέμνουν την ευθεία ε στα σημεία Z και H αντίστοιχα , να δειχθεί ότι $HZ = AB + A\Gamma$

Μονάδες 10

B . Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=A\Gamma$ όπου $\hat{A} > 20^\circ$ και τα σημεία Δ και E των πλευρών $B\Gamma$ και AB αντίστοιχα , ώστε $A\Delta=AE$ και $\Delta\hat{A}\Gamma = 20^\circ$. Να υπολογίσετε την γωνία $B\hat{\Delta}E$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (1 - \lambda) \cdot x + 1 = 0$ με $\lambda \in \mathbb{R}$ η οποία έχει δύο ρίζες άνισες , τις x_1, x_2 .

1. Να υπολογίσετε τις τιμές που παίρνει το λ .

Μονάδες 10

2. Να εκφράσετε με την βοήθεια του λ τις παρακάτω παραστάσεις

$$K = x_1 + x_2, \Lambda = x_1 \cdot x_2, M = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}, N = x_1^2 + x_2^2 .$$

Μονάδες 8

3. Να βρείτε το λ ώστε να ισχύει

$$\lambda \cdot x_1 \cdot x_2^2 + \lambda \cdot x_1^2 \cdot x_2 + 3 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 = 5 .$$

Μονάδες 7

Καλή επιτυχία

7 Φεβρουαρίου 2016
Γραπτή εξέταση στην
Άλγεβρα και την Γεωμετρία Α΄ Λυκείου

Θέμα 1

- α. Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης $-2x^2 + 10x = 12$.
β. Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{-2x^2 + 10x - 12}{x - 2} = 0$$

Μονάδες 20

Θέμα 2

- α. Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $2x^2 - 5x + 3$. Στη συνέχεια να βρείτε το πρόσημό του.
β. Να λυθεί η ανίσωση: $-x^2 + 3x - 2 < 0$.

Μονάδες 20

Θέμα 3

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2(k - 1)x + k + 5 = 0$, με παράμετρο $k \in \mathbb{R}$.

- α. Να βρεθεί η διακρίνουσά της.
β. Να βρεθούν οι τιμές του $k \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση να έχει δύο ρίζες.
γ. Αν η παραπάνω εξίσωση έχει ρίζες τους αριθμούς x_1 και x_2 , και $d(x_1, x_2)$ είναι η απόσταση των ριζών στον άξονα των πραγματικών, να βρείτε για ποιές τιμές του k ισχύει:

$$d(x_1, x_2) = \sqrt{24}$$

Μονάδες 20

Θέμα 4

Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ είναι $\hat{A} = 80^\circ$. Παίρνουμε τυχαίο σημείο E στην $B\Gamma$ και κατόπιν τα σημεία Δ και Z στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα έτσι ώστε $B\Delta = BE$ και $\Gamma E = \Gamma Z$.

- α. Να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων $B\Delta E$ και $\Gamma Z E$.
- β. Να υπολογίσετε τη γωνία $\Delta \hat{E} Z$.

Μονάδες 20

Θέμα 5

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ στο οποίο η εξωτερική γωνία $\hat{A}_{εξ}$ είναι διπλάσια της εσωτερικής \hat{B} .

- α. Να δείξετε ότι το $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.
- β. Η μεσοκάθετη της AB τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο Δ . Αν $A\hat{\Delta}B = 80^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες του $AB\Gamma$.

Μονάδες 20

Καλή επιτυχία!