

ΑΛΓΕΒΡΑ-ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

6-12-2015

ΤΜΗΜΑ: ΒΑΛΤΑΔΩΡΟΣ, ΚΟΥΦΟΠΟΥΛΟΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΑΡΑΝΑΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι ισχύει $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$, για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 10

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λάθος.

1. Αν $|x - 1| = 0$, τότε $x = -1$ ή $x = 1$.

Μονάδες 1

2. Ισχύει $d(\alpha, -\beta) = |\beta + \alpha|$.

Μονάδες 1

3. Ισχύει $|x| \leq -x$ για κάθε $x \geq 0$.

Μονάδες 1

4. Ισχύει $(\alpha - \beta)^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \beta = \alpha^2 - \beta^2$.

Μονάδες 1

5. Ισχύει $\alpha < \beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\beta}$ για κάθε α, β πραγματικούς αριθμούς.

Μονάδες 1

6. Αν μια γωνία ενός τριγώνου είναι ίση με μια γωνία ενός άλλου τριγώνου και δύο πλευρές τους είναι μια προς μια ίσες, τότε τα δύο τρίγωνα είναι ίσα.

Μονάδες 1

7. Υπάρχει τρίγωνο στο οποίο κάθε διχοτόμος είναι και ύψος.

Μονάδες 1

8. Αν σε δύο άνισους κύκλους, δύο χορδές είναι ίσες, τότε και τα αντίστοιχα αποστήματα είναι ίσα.

Μονάδες 1

9. Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν ίσες υποτεινουσες, τότε δεν είναι υποχρεωτικά ίσα.

Μονάδες 1

10. Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο, κάθε διάμεσος είναι και διχοτόμος και ύψος.

Μονάδες 1

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Να αποδείξετε ότι $(\alpha - 3)^2 - 2 \cdot (\alpha + 1)^2 = -(\alpha + 4)^2 + 23 - 2 \cdot \alpha$

Μονάδες 10

B. Να απλοποιηθεί η παράσταση $A = \frac{(\alpha + 1) \cdot (\alpha + 2)^2 - 4 \cdot (\alpha + 1)}{\alpha^3 + \alpha^2}$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3^ο

A. 1. Να απλοποιηθεί η παράσταση

$$A = |x - 4| - 3 \cdot |x| + 2 \cdot |2 \cdot x - 8| .$$

Μονάδες 5

2. Αν ισχύει $0 < x < 1$, να απλοποιηθεί η παράσταση

$$B = \frac{|x|}{x} - \frac{|x - 1|}{x - 1} .$$

Μονάδες 5

B. Να λυθούν οι εξισώσεις

1. $|x - 3| = 4$

Μονάδες 5

2. $6 \cdot |3 \cdot x - 3| = 0$

Μονάδες 5

3. $||x - 2| - 3| = 1$

Μονάδες 5

C. Αν ισχύει $5 \cdot |3 \cdot y - 12| = -2 \cdot (x^2 - 12 \cdot x + 36)$ να βρεθούν οι τιμές των x, y .

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4^ο

A. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και στις ίσες πλευρές του παίρνουμε τμήματα $BZ = \Gamma H$. Αν η ZH τέμνει την διάμεσο $A\Delta$ του $\triangle AB\Gamma$ στο K , να δείξετε ότι $ZK = KH$ και ότι η γωνία $\hat{AKZ} = 90^\circ$.

Μονάδες 10

B. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, με πλευρές $AB = A\Gamma$, και οι διχοτόμοι του $B\Delta$ και ΓE . Να αποδείξετε ότι τα σημεία Δ και E ισαπέχουν από την βάση $B\Gamma$.

Μονάδες 20

Καλή επιτυχία

6 Δεκεμβρίου 2015
Γραπτή εξέταση στην
Άλγεβρα και την Γεωμετρία Α' Λυκείου

Θέμα 1

α. Να λυθεί η εξίσωση

$$\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{13}{6}$$

β. Για τις διάφορες τιμές του λ να λύσετε την εξίσωση:

$$(\lambda^2 - 4)x - \lambda + 2 = 0$$

Μονάδες 25

Θέμα 2

Δίνεται ο πραγματικός x που ικανοποιεί τη σχέση $d(x, 5) \leq 9$.

α. Να αποδώσετε την παραπάνω σχέση λεκτικά.

β. Με χρήση του άξονα των πραγματικών, να παραστήσετε σε μορφή διαστήματος το σύνολο των δυνατών τιμών του x .

γ. Να γράψετε τη σχέση με το σύμβολο της απόλυτης τιμής και να λύστε το παραπάνω αλγεβρικά.

δ. Δείξτε ότι $|x + 4| + |x - 14| = 18$

Μονάδες 25

Θέμα 3

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και τα ύψη του $B\Delta$ και ΓE . Να δείξετε ότι:

α. Τα τρίγωνα $B\Delta\Gamma$ και $\Gamma E B$ είναι ίσα.

β. $A\Delta = AE$

Μονάδες 25

Θέμα 4

Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$. Φέρουμε τις διαμέσους BM και ΓN και στις προεκτάσεις τους παίρνουμε ευθύγραμμα τμήματα $M\Delta = BM$ και $NE = \Gamma N$. Να δείξετε ότι:

α. $AE = B\Gamma$

β. $A\Delta = B\Gamma$

γ. Το A είναι μέσο του ΔE

Μονάδες 25

Καλή επιτυχία!