

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1

A) Να αποδείξετε ότι : $2(\alpha^2 + \beta^2) \geq (\alpha + \beta)^2$

(Μονάδες 10)

B) Αν $1 < x < 3$ και $4 < y < 5$, να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών περιέχεται η τιμή κάθε μίας από τις παρακάτω παραστάσεις :

i) $x+y$, ii) $x-y$, iii) $\frac{x}{y}$, iv) $3x-2y$, v) x^2+y^2

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Απόλυτη τιμή	Απόσταση	Διάστημα ή ένωση διαστημάτων
$ x-4 < 2$		
	$d(x, -3) > 4$	
		$[-5, 1]$

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 3

Αν ο πραγματικός αριθμός x ικανοποιεί τη σχέση: $|x+1| < 2$

α) να δείξετε ότι $x \in (-3, 1)$

β) να δείξετε ότι η τιμή της παράστασης $K = \frac{|x+3| + |x-1|}{4}$ είναι αριθμός ανεξάρτητος του x .

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η παράσταση $A = (\sqrt{x-4} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x-4} - \sqrt{x+1})$

α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ;

β) Να αποδείξετε ότι η παράσταση A είναι σταθερή, δηλαδή ανεξάρτητη του x .

(Μονάδες 20)

ΘΕΜΑ 5

Να αποδείξετε ότι:

α) $(\sqrt{8} - \sqrt{18})(\sqrt{50} + \sqrt{72} - \sqrt{32}) = -14$

β) $\sqrt[5]{2\sqrt{2^3\sqrt{2}}} = \sqrt[3]{2}$

γ) $\sqrt[6]{2^5} \sqrt[10]{2^7} \sqrt[15]{2^2} = 2\sqrt[3]{2}$

(Μονάδες 30)

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1

Θεωρούμε γωνία \widehat{xOy} , τα σημεία Α και Γ της πλευράς της Οx και τα σημεία Β και Δ της πλευράς της Οy τέτοια ώστε $OA=OB$ και $OG=OD$

Αν Κ το σημείο τομής των τμημάτων ΑΔ και ΒΓ να αποδείξετε ότι :

- α) Τα τρίγωνα ΟΑΔ και ΟΒΓ είναι ίσα.
- β) Τα τρίγωνα ΚΑΓ και ΚΒΔ είναι ίσα.
- γ) Η ΟΚ είναι διχοτόμος της γωνίας \widehat{xOy} .

(Μονάδες 50)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται κύκλος (O, ρ) , μία διάμετρος του ΑΒ και οι εφαπτομένες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ του κύκλου στα Α, Β. Αν μία τρίτη εφαπτομένη ε τέμνει τις $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ στα Γ, Δ να αποδείξετε ότι $\widehat{\Gamma\theta\Delta} = 90^\circ$.

(Μονάδες 50)

Καλή επιτυχία!