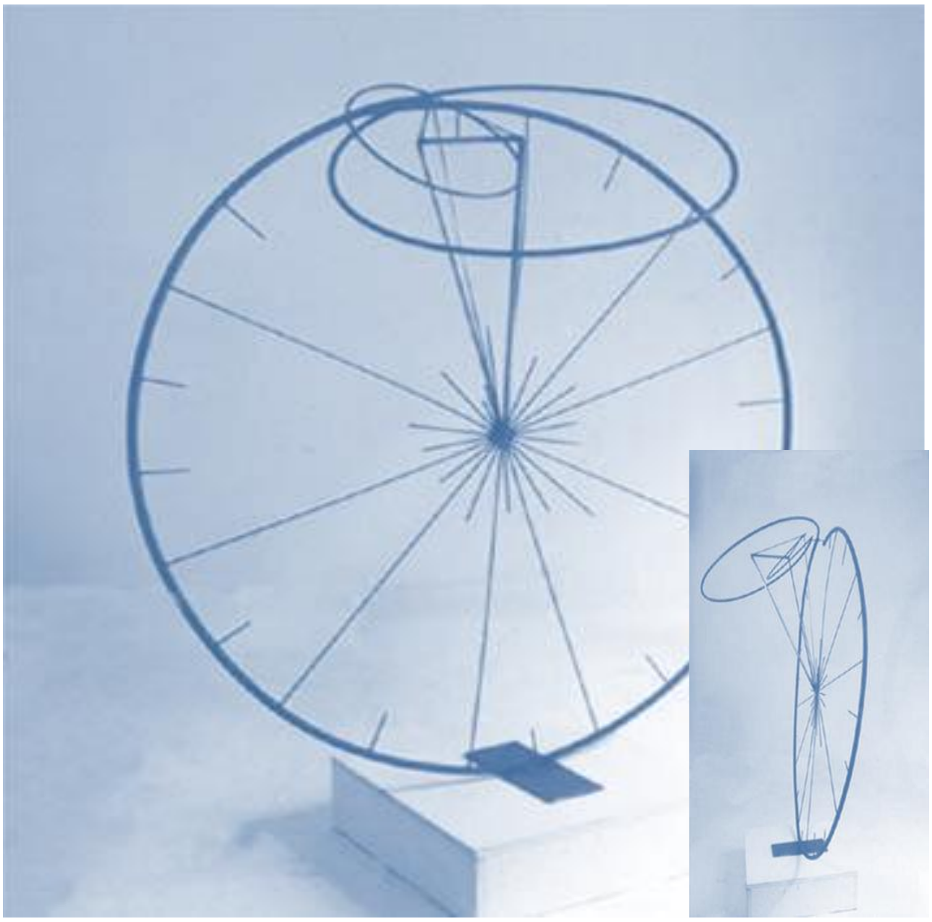
Γ. ΓΚΑΝΕΤΣΟΣ Κ. ΤΖΟΥΜΗ

ΦΥΣΙΚΗ

ΤΟΜΟΣ 2

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΜΕΣΗΣ & ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
Ε. ΣΤΟΓΙΑΝΝΗΣ

Πρόλογος

Το βιβλίο αυτό αποτελεί μία προσπάθεια για τη βοήθεια, στο μάθημα της Φυσικής, όλων των μαθητών που έχουν στόχο την εισαγωγή τους στην τριτοβάθμια εκπαίδευση. Επιδίωξη είναι να δοθεί με σαφήνεια και μέθοδο η δυνατότητα στα παιδιά να καταλάβουν και κυρίως να αγαπήσουν τη Φυσική, έτσι ώστε η κατανόηση των εννοιών να είναι εποικοδομητική και ταυτόχρονα να τους δίνει την ικανοποίηση της ερμηνείας των φαινομένων της καθημερινότητάς τους, αλλά και του μικρόκοσμου και μακρόκοσμου ταυτόχρονα.

Περιέχει:

- ✓ Αναλυτικά γραμμένη τη θεωρία
- ✓ Μεθοδολογία
- ✓ Λυμένες ασκήσεις
- ✓ Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής(με και χωρίς αιτιολόγηση)
- ✓ Ερωτήσεις σωστού-λάθους(με και χωρίς αιτιολόγηση)
- ✓ Ασκήσεις για λύση, με τις απαντήσεις τους
- ✓ Διαγωνίσματα στο τέλος κάθε κεφαλαίου

Αθήνα, Ιούνιος 2015,

Οι συγγραφείς.

Πίνακας Περιεχομένων

Κεφάλαιο 3

Μηχανική στερεού σώματος

1.1. Κινηματική του στερεού

1.1.1. Θεωρία – Μεθοδολογία ασκήσεων

Υλικό σημείο: Σώμα που έχει όλες τις ιδιότητες της ύλης εκτός από διαστάσεις.
Εκτελεί μόνο μεταφορικές κινήσεις.

Στερεό σώμα: Σώμα με διαστάσεις που μπορεί να εκτελεί μεταφορική κίνηση, περιστροφική κίνηση ή ακόμα και σύνθετη κίνηση (συνδυασμό μεταφορικής και περιστροφικής).
Μηχανικό στερεό: Υποθετικό στερεό σώμα που δεν παραμορφώνεται όταν του ασκούνται δυνάμεις.

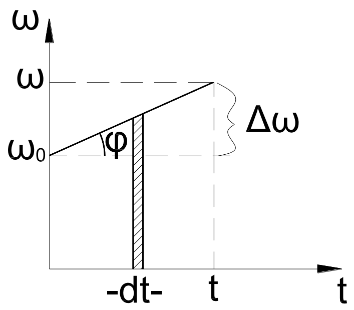
Κινήσεις στερεών σωμάτων

Μεταφορική κίνηση: Στην περίπτωση αυτή κάθε στιγμή όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.

Όταν ένα στερεό εκτελεί μεταφορική κίνηση το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει δύο τυχαία σημεία μετατοπίζεται παράλληλα στον εαυτό του.
Μεταφορική μπορεί να είναι και μία καμπυλόγραμμη κίνηση.

1η περίπτωση: Επιταχυνόμενη

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_o}{t} \Leftrightarrow \boxed{\omega = \omega_o + \alpha_{\gamma\omega\nu} t}$$



$$\varepsilon\varphi\phi = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \alpha_{\gamma\omega\nu}$$

Το γραμμοσκιασμένο εμβαδό είναι περίπου παραλληλόγραμμο αν $dt \to 0$. Το εμβαδόν του είναι: $dE = \omega \cdot dt = d\theta$.

Άρα το συνολικό εμβαδόν μεταξύ της ευθείας και του άξονα των χρόνων είναι: $E = \Sigma dE = \Sigma d\theta = \theta$.

Το εμβαδόν τραπεζίου είναι:

$$E = \frac{\beta + B}{2} \cdot \upsilon \Rightarrow \theta = \frac{\omega_0 + \omega}{2} t \Rightarrow \theta = \frac{\omega_0 + \omega_0 + \alpha_{\gamma\omega\nu} t}{2} t \Rightarrow$$

$$\boxed{\theta = \omega_o t + \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} t^2}$$

Αν η αρχική γωνιακή ταχύτητα είναι μηδέν $\left(\omega_o = 0\right)$.

$$\boxed{\begin{array}{c} \omega = \alpha_{\gamma\omega\nu} t \\ \theta = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} t^2 \end{array}} \rightarrow \left. \begin{array}{c} t = \frac{\omega}{\alpha_{\gamma\omega\nu}} \\ \theta = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \frac{\omega^2}{\alpha_{\gamma\omega\nu}{}^2} \end{array} \right| \rightarrow \omega^2 = 2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \theta \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \theta}}$$

$$N = \frac{x_2}{2\pi R} \Rightarrow N = \frac{10}{2\pi \cdot 0,2} \Rightarrow \boxed{N = \frac{25}{\pi}}$$

Δ. Η ταχύτητα του ανώτερου σημείου είναι: $\vec{V} = \overrightarrow{\upsilon_{cm}} + \vec{\upsilon} \Rightarrow V = \upsilon_{cm} + \upsilon \overset{\upsilon_{cm}=\upsilon}{\Rightarrow} V = 2\upsilon_{cm}$

Τη χρονική στιγμή $t = 2s$:

$\upsilon_{cm} = \upsilon_{cm,o} - \alpha_{cm} t = 20 - 5 \cdot 2 \Rightarrow \upsilon_{cm} = 10m/s$

Άρα: $\boxed{V = 20m/s}$

4. Ένας τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς ολίσθηση πάνω σε οριζόντια επιφάνεια και η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι υ_{cm}.

Α. Να αποδείξετε ότι αν το O είναι το σημείο επαφής του τροχού με το έδαφος κάποια χρονική στιγμή και Δ ένα τυχαίο σημείο της περιφέρειας του τροχού, τότε η ταχύτητα του Δ είναι κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα $O\Delta$.

Β. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Δ.

Λύση

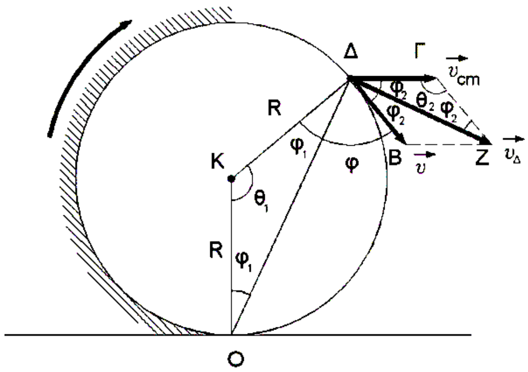
Α. Το τρίγωνο των ταχυτήτων ΔΓΖ είναι ισοσκελές αφού $\upsilon_{cm} = \upsilon = \omega R$.

Η γωνία $\Delta\hat{K}O = \theta_1$ είναι ίση με τη γωνία $\Delta\Gamma Z = \theta_2$ γιατί έχουν πλευρές κάθετες. Αφού τα τρίγωνα $K\Delta O$ και ΔΓΖ είναι ισοσκελή είναι όμοια δηλαδή $\phi_1 = \phi_2$.

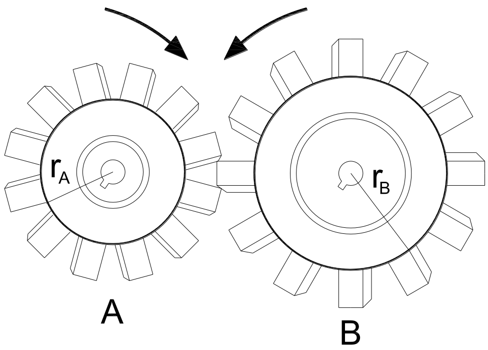
Η γωνία $K\hat{\Delta}B = 90^0$ γιατί η υ είναι εφαπτόμενη στο σημείο Δ.

Άρα $\phi_1 + \phi = 90^0 \xrightarrow{\phi_1=\phi_2} \phi_2 + \phi = 90^0$.

Δηλαδή η υ_Δ είναι κάθετη στην $O\Delta$.



Β. Από την ομοιότητα των τριγώνων: $\frac{\upsilon_\Delta}{\upsilon_{cm}} = \frac{(O\Delta)}{R} \Rightarrow \upsilon_\Delta = \frac{\upsilon_{cm}}{R}.(O\Delta) \Rightarrow \boxed{\upsilon_\Delta = \omega.(O\Delta)}$.

5. 

Οι οδοντωτοί τροχοί του σχήματος έχουν ακτίνες r_A και r_B και περιστρέφονται γύρω από άξονες κάθετους στο επίπεδό τους που διέρχονται από το κέντρο τους. αν $r_B > r_A$ τότε:

Α. Τα σημεία της περιφέρειας και των δύο τροχών έχουν την ίδια γραμμική ταχύτητα.

Β. Ισχύει η σχέση: $\frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{r_A}{r_B}$.

Γ. Τα σημεία της περιφέρειας των τροχών έχουν την ίδια επιτρόχια επιτάχυνση.

Δ. Οι γωνιακές επιταχύνσεις των τροχών έχουν ίσα μέτρα.

6. Μία σύνθετη κίνηση μπορεί να μελετηθεί ως αποτέλεσμα της επαλληλίας μίας μεταφορικής και μίας περιστροφικής κίνησης.

7. Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν σε ένα σώμα είναι ίση με μηδέν τότε το κέντρο μάζας του σώματος ηρεμεί ή κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.

8. Οι Pink Floyd εμπνεύστηκαν του τραγούδι “The dark side of the moon” από το γεγονός ότι η σελήνη γυρίζει γύρω από τη γη έχοντας στραμμένη προς αυτήν την ίδια πάντοτε όψη.

Α. Η κίνηση αυτή είναι περιστροφική.

Β. Η κίνηση αυτή είναι μεταφορική.

Γ. Η κίνηση αυτή είναι σύνθετη, αποτελούμενη από μία μεταφορική και μία περιστροφική.

Δ. Η περίοδος περιστροφής της σελήνης γύρω από τη γη είναι ίση με την περίοδο περιστροφής της γύρω από τον άξονά της.

1.1.4. Ασκήσεις για λύση

1. Ένας δίσκος ξεκινά τη χρονική στιγμή $t=0$ να περιστρέφεται γύρω από άξονα κάθετο στο επίπεδό του που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu}=10\frac{rad}{s^2}$. Μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 ο δίσκος έχει εκτελέσει $N=\frac{10}{\pi}$ περιστροφές.

   Να υπολογίσετε:

   Α. Τη χρονική στιγμή t_1.

   Β. Τη γωνιακή ταχύτητα του δίσκου τη χρονική στιγμή t_1.

Απαντήσεις

Α. $t_1=2s$

Β. $\omega=20\frac{rad}{s}$

2. Ένας τροχός, αρχικά ακίνητος, αρχίζει να περιστρέφεται τη χρονική στιγμή $t=0$, γύρω από σταθερό άξονα κάθετο στο επίπεδό του που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση και τη χρονική στιγμή $t=4s$ αποκτά γωνιακή ταχύτητα $\omega=20\frac{rad}{s}$.

   Να βρεθούν:

   Α. Η γωνιακή επιτάχυνση του τροχού.

   Β. Η γωνία στροφής του τροχού.

   Γ. Ο αριθμός των περιστροφών που διέγραψε ο τροχός.

Απαντήσεις

Α. $\alpha_{\gamma\omega\nu}=5\frac{rad}{s^2}$.

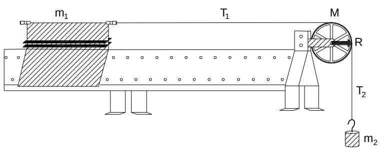
Β. $\theta=40rad$.

Γ. $N=\frac{20}{\pi}$ *περιστροφές*.

3. Ένας τροχός ακτίνας $R=0,2m$ ξεκινά να περιστρέφεται τη χρονική στιγμή $t=0$ γύρω από σταθερό άξονα κάθετο στο επίπεδό του που διέρχεται από το κέντρο του, με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση. Τη χρονική στιγμή t_1, ο τροχός έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα $\omega_1=8\frac{rad}{s}$ και έχει διαγράψει γωνία $\theta_1=16rad$.

- Όπως αναφέραμε και σε προηγούμενο παράδειγμα ο τρόπος αυτός είναι πιο σύντομος, αλλά αυτό αφορά στον υπολογισμό της γωνιακής επιτάχυνσης. Αν υπάρχουν και επί πλέον ερωτήματα όπως ο υπολογισμός των τάσεων των νημάτων που είναι εσωτερικές δυνάμεις για το σύστημα θα χρησιμοποιήσουμε και τον νόμο του Νεύτωνα στη μεταφορική κίνηση όπως ακριβώς στον 1ο τρόπο επίλυσης.

6.



Στο διπλανό σχήμα η μάζα m_1 είναι ένας ολισθητής που ολισθαίνει χωρίς τριβή πάνω σε οριζόντια αεροτροχιά. Η τροχαλία έχει τη μορφή τροχού με όλη τη μάζα κατανεμημένη στην περιφέρεια και οι ακτίνες είναι χωρίς μάζα. Η τροχαλία έχει μάζα M και ακτίνα R. Το νήμα είναι αβαρές, μη εκτατό και περιστρέφει την τροχαλία χωρίς να ολισθαίνει σ' αυτήν.

Να υπολογίσετε:

Α. Τη επιτάχυνση κάθε σώματος.

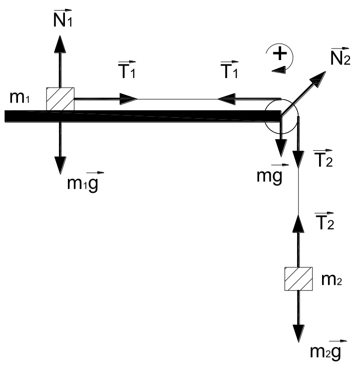
Β. Τη γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας.

Γ. Τις τάσεις του νήματος στο οριζόντιο και κάθετο τμήμα του.

Δ. Τη δύναμη που δέχεται η τροχαλία από τον άξονα περιστροφής της.

Λύση

Α.



Εφαρμόζουμε το 2ο νόμο του Νεύτωνα για τις μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα:

$$\Sigma Fx_{(1)} = m_1 a_1 \Rightarrow T_1 = m_1 a_1 \quad (i)$$

$$\Sigma Fy_{(2)} = m_2 a_2 \Rightarrow m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \quad (ii)$$

Αφού το νήμα ούτε εκτείνεται ούτε ολισθαίνει: $a_1 = a_2 = a$

Όμως αυτή είναι η επιτρόχια επιτάχυνση των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας.

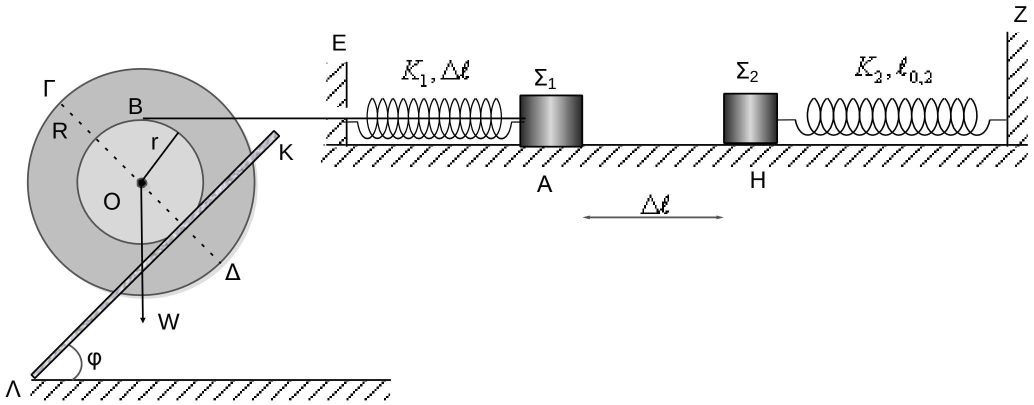
Δηλαδή: $a = \alpha_{\gamma\omega\nu} R \quad (iii)$

Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για την τροχαλία:

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma\tau = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \\ \text{Όμως}: I = MR^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \Sigma\tau = MR^2.\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_2 R - T_1 R = MR^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow$$

$$T_2 - T_1 = M \underbrace{R\alpha_{\gamma\omega\nu}}_{a} \Rightarrow T_2 - T_1 = Ma \quad (iv)$$

μία διάμετρο ΓΔ που είναι κάθετη στην πλάγια δοκό. Τα φυσικά μήκη των ελατηρίων εκτείνονται από τα στηρίγματα Ε,Ζ μέχρι τη θέση Η. Οι διαστάσεις των σωμάτων θεωρούνται αμελητέες σε σχέση με τα μήκη των ελατηρίων. Η τάση του σχοινιού προκαλεί στο αριστερό ελατήριο συμπίεση $\Delta\ell$.



Α. Να υπολογίσετε την τάση του σχοινιού και την συμπίεση του αριστερού ελατηρίου.

Κάποια στιγμή κόβουμε το σχοινί και ο τροχός αρχίζει να κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει πάνω στην πλάγια δοκό, ενώ το σώμα Σ_1 αρχίζει να εκτελεί Α.Α.Τ. Αν εξαιρέσουμε τη βάση του αυλακιού του τροχού, στα πλευρικά του τοιχώματα δεν αναπτύσσονται τριβές με τη δοκό.

Β. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας Ο του τροχού και την αρχική επιτάχυνση της ταλάντωσης του Σ1.

Γ. Να προσδιορίσετε την κατεύθυνση και το μέτρο της ταχύτητας των σημείων Γ και Δ της διαμέτρου ΓΔ του τροχού στο τέλος της πρώτης περιστροφής.

Όταν το Σ_1 φτάνει στη θέση Η όπου το ελατήριό του αποκτά το φυσικό του μήκος , συγκρούεται πλαστικά με το Σ_2.

Δ. Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα θα κάνει Α.Α.Τ. και να υπολογίσετε την ενέργεια και το πλάτος αυτής της ταλάντωσης.

Δίνονται: $g = 10\frac{m}{s^2}$,ημφ=0,6 ,συνφ=0,8 και η ροπή αδράνειας του τροχού Icm=0,21 Kg.m^2.

Απαντήσεις

Α Τ=50Ν, $\Delta\ell$=1/6 m B α_{cm}=2,5 m/s^2 , α=50/3 m/s^2

Γ. $\upsilon_\Gamma = 2,5\sqrt{\pi}\ m/s$, $\upsilon_\Delta = -0,5\sqrt{\pi}\ m/s$

Δ. Ε=3,125 J , A=0,125m

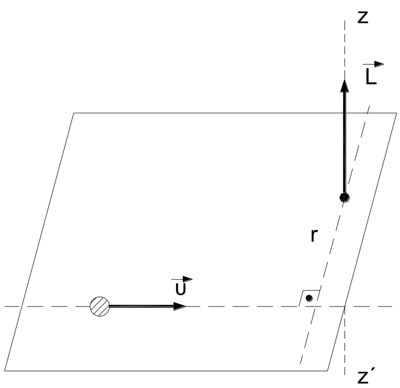
1.4. Στροφορμή - Αρχή διατήρησης στροφορμής

1.4.1. Θεωρία – Μεθοδολογία ασκήσεων

Στροφορμή (L)

Α.Υλικού σημείου

i) Σε ευθύγραμμη κίνηση



Είναι το διανυσματικό μέγεθος που έχει:

Διεύθυνση: Του άξονα zz'

Φορά: Καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού

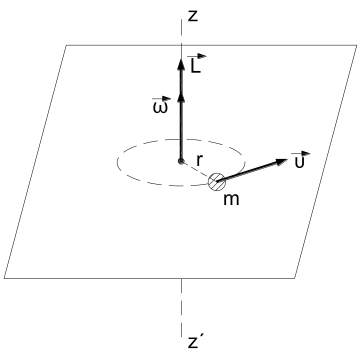
Μέτρο: Ίσο με το γινόμενο του μέτρου της ορμής του υλικού σημείου επί την απόσταση του φορέα της ταχύτητας από τον άξονα zz'

$$L = p.r \Rightarrow \boxed{L = m\upsilon.r}$$

Μονάδα στροφορμής στο S.I.: Είναι το $kg\dfrac{m^2}{s}$

- Αν ο φορέας της ταχύτητας τέμνει τον άξονα ή είναι παράλληλος σ' αυτόν η στροφορμή του υλικού σημείου είναι μηδενική

ii) Σε κυκλική κίνηση



Η στροφορμή ως προς τον άξονα zz' που είναι κάθετος στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς και διέρχεται από το κέντρο έχει

Διεύθυνση: Του άξονα zz'

Φορά: Καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού

Μέτρο: Ίσο με το γινόμενο του μέτρου της ορμής του υλικού σημείου επί την ακτίνα της κυκλικής φοράς

$$\left.\begin{aligned} &L = pr = m\upsilon r \\ &\text{Επειδή}: \upsilon = \omega r \end{aligned}\right\} \Rightarrow L = m\omega r^2$$

Λυμένες ασκήσεις

1. Μία συμπαγής ράβδος μάζας $M = 3kg$ και μήκους $l = 0,9m$ περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της. Στα δύο άκρα της ράβδου έχουν στερεωθεί δύο σώματα μάζας $m_1 = 1kg$ και $m_2 = 2kg$ αντίστοιχα.

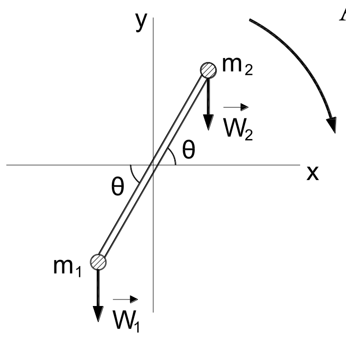
Να υπολογίσετε:

Α.Τη στροφορμή του συστήματος όταν η γωνιακή ταχύτητα είναι $\omega = 2\dfrac{rad}{s}$

Β.Τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος όταν η ράβδος σχηματίζει γωνία $\theta = 60^0$ με την οριζόντιο.

Δίνονται για τη ράβδο $I_{cm} = \dfrac{1}{12}Ml^2$ και $g = 10\dfrac{m}{s^2}$

Λύση



Α) Η ροπή αδράνειας του συστήματος ισούται με το άθροισμα των ροπών αδράνειας των σωμάτων.

$$I = I_{ραβδου} + I_{m1} + I_{m2} \Rightarrow$$

$$I = \frac{1}{12}Ml^2 + m_1\left(\frac{l}{2}\right)^2 + m_2\left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$I = \frac{Ml^2}{12} + \frac{m_1 l^2}{4} + m_2\frac{l^2}{4} \Rightarrow$$

$$I = \frac{l^2}{4}\left(\frac{M}{3} + m_1 + m_2\right) \Rightarrow I = \frac{36.10^{-2}}{4}\left(\frac{3}{3} + 1 + 2\right) \Rightarrow$$

$$I = 36.10^{-2}kgm^2$$

Η στροφορμή του συστήματος είναι: $L = I\omega \Rightarrow \boxed{L = 0,72Kg\dfrac{m^2}{s}}$

Β. Από το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης έχουμε:

$$\Sigma\tau = I\alpha_{γων} \Rightarrow m_2 g\frac{l}{2}συνθ - m_1 g\frac{l}{2}συνθ = I\alpha_{γων} \Rightarrow$$

$$\alpha_{γων} = \frac{g\frac{l}{2}συνθ\left(m_2 - m_1\right)}{I} \Rightarrow \alpha_{γων} = \frac{10.45.10^{-2}.\frac{1}{2}.1}{36.10^{-2}} \Rightarrow$$

$$\boxed{\alpha_{γων} = 6,25\frac{rad}{s^2}}$$

1.4.2. Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

Οδηγία: Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση.

Στροφορμή

1. Το αντίστοιχο μέγεθος της στροφορμής στην μεταφορική κίνηση ενός σώματος είναι:
   Α. Η ταχύτητα. Β. Η επιτάχυνση.
   Γ. Η ορμή. Δ. Η κινητική ενέργεια.

2. Η γη έχει σπιν:
   Α. Επειδή περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.
   Β. Επειδή είναι ουράνιο σώμα.
   Γ. Επειδή περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της.
   Δ. Επειδή κινείται γύρω από τον ήλιο, δηλαδή λόγω της τροχιακής της κίνησης.

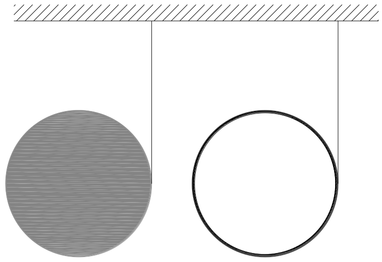
3. Δίσκος περιστρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω. Κάποια στιγμή αρχίζει να περιστρέφεται με αντίθετη φορά αλλά με γωνιακή ταχύτητα ίσου μέτρου ω. Αν η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι I:

   (Ι.) Η μεταβολή του μέτρου της στροφορμής του θα είναι:
   Α. $I\omega$ Β. $2I\omega$
   Γ. $\mu\eta\delta\acute{\epsilon}\nu$ Δ. $I\omega\sqrt{2}$

   (ΙΙ.) Το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του θα είναι:
   Α. $I\omega$ Β. $2I\omega$
   Γ. $\mu\eta\delta\acute{\epsilon}\nu$ Δ. $I\omega\sqrt{2}$

4. Η σχέση που εκφράζει αλγεβρικά τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδη νόμου της στροφικής κίνησης είναι:
   Α. $\Sigma F = ma$ Β. $\Sigma F = \dfrac{dp}{dt}$
   Γ. $\Sigma\tau = \dfrac{dL}{dt}$ Δ. $\Sigma\tau = I\alpha_{\gamma\omega\nu}$

5. Η συνολική ροπή των εσωτερικών δυνάμεων που ενεργούν σε ένα σύστημα σωμάτων είναι:

11. 

Ένας ομογενής δίσκος και ένας ομογενής δακτύλιος ίδιας μάζας και ακτίνας έχουν τυλιγμένο στην περιφέρεια τους αβαρές μη εκτατό νήμα το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο μιας οροφής. Αφήνουμε ταυτόχρονα ελεύθερα τα σώματα και θεωρούμε ότι το νήμα δεν ολισθαίνει στις περιφέρειές τους. Αν οι ροπές αδράνειας ως προς άξονα οριζόντιο που διέρχεται από το κέντρο μάζας τους είναι για το δίσκο και το δακτύλιο αντίστοιχα: $I_{\delta} = \frac{1}{2}MR^2$ και $I_{\delta\alpha\kappa} = MR^2$, ο λόγος του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του δίσκου προς το ρυθμό μεταβολής του δακτυλίου είναι:

Α. $\frac{2}{3}$ Β. $\frac{3}{2}$

Γ. $\frac{1}{3}$ Δ. 1

- Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

12. Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας ϕ αφήνονται να κυλήσουν χωρίς ολίσθηση σώματα σφαιρικής ή κυλινδρικής συμμετρίας που η ροπή αδράνειάς τους ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο τους υπολογίζεται από τη σχέση: $I = \lambda MR^2$ όπου $0 < \lambda \leq 1$, M η μάζα τους και R η ακτίνα τους. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής τους ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζα τους είναι:

Α. $\lambda MgR\eta\mu\phi$

Β. $(\lambda+1)MgR\eta\mu\phi$

Γ. $\frac{\lambda}{\lambda+1}MgR\eta\mu\phi$

Δ. $\frac{\lambda}{\lambda+1}MgR$

- Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Διατήρηση στροφορμής

1. Η χρονική διάρκεια της περιστροφής της γης γύρω από τον εαυτό της παραμένει σταθερή, επειδή διατηρείται:
   Α. Η ορμή.
   Β. Η στροφορμή.
   Γ. Η ενέργεια.
   Δ. Η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής της.

αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το άκρο της O είναι: $I = \frac{1}{3}Ml^2$.

(Ι.) Η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος μετά την κρούση είναι:

Α. $\frac{\upsilon}{2l}$ Β. $\frac{\upsilon}{3l}$ Γ. $\frac{2\upsilon}{l}$ Δ. $\frac{\upsilon}{l}$

(ΙΙ.) Η μεταβολή της στροφορμής του βλήματος είναι:

Α. $\frac{-ml\upsilon}{6}$ Β. $\frac{-ml\upsilon}{2}$ Γ. $\frac{ml\upsilon}{6}$ Δ. $\frac{-ml\upsilon}{3}$

- Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

1.4.3. Ερωτήσεις Σωστού - Λάθους

Οδηγία: Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

Στροφορμή

1. Η στροφορμή ενός υλικού σημείου εξαρτάται:
   Α. Από τη μάζα του.
   Β. Από την ταχύτητά του.
   Γ. Από τη δύναμη που ασκείται στο σημείο.
   Δ. Από την επιτάχυνσή του.

2. Η στροφορμή ενός στερεού σώματος εξαρτάται:
   Α. Από τη ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα περιστροφής.
   Β. Από τη θέση του άξονα περιστροφής.
   Γ. Από τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής.
   Δ. Από την πυκνότητά του.

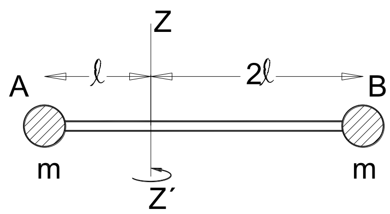
3. Ένα υλικό σημείο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση και έχει στροφορμή μέτρου L ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδο της τροχιάς και διέρχεται από το κέντρο της. Μετά από κάποιο χρόνο το ίδιο υλικό σημείο εκτελεί κυκλική κίνηση με αντίθετη φορά, διπλάσια συχνότητα και τη μισή ακτίνα. Άρα:
   Α. Το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του είναι: $\frac{3L}{2}$.
   Β. Η μεταβολή του μέτρου της στροφορμής του είναι: $\frac{L}{2}$.

- Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

1.4.4. Ασκήσεις για λύση

Στροφορμή

1.



Δύο σφαίρες αμελητέων διαστάσεων, που κάθε μία έχει μάζα $m = 0,1kg$ συνδέονται μεταξύ τους με αβαρή ράβδο μήκους $3l = 2,4m$, όπως στο σχήμα. Το σύστημα περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο με γωνιακή ταχύτητα $\omega = 16\dfrac{rad}{s}$ γύρω από τον κατακόρυφο άξονα zz' .

Να υπολογίσετε:

Α. Τη στροφορμή του συστήματος.

Β. Το μέτρο και τη φορά μιας σταθερής ροπής που πρέπει να ασκηθεί στο σύστημα τω δύο σφαιρών, ώστε να ακινητοποιηθεί σε χρόνο $\Delta t = 4s$

Απαντήσεις

Α. $L = 5,12kg\dfrac{m^2}{s}$

Β. $|\tau| = 1,28N.m$

2. Κύλινδρος μάζας $M = 4kg$ και ακτίνας $R = 0,1m$ περιστρέφεται με συχνότητα $f = 20Hz$ γύρω από άξονα που διέρχεται από τα κέντρα των δύο βάσεών του. Ασκούμε στον κύλινδρο δύναμη $\vec{F}$ σταθερού μέτρου εφαπτόμενη σ' αυτόν. Αν είναι γνωστό ότι ο κύλινδρος σταματάει μετά από 200 περιστροφές να υπολογίσετε:

Α. Το μέτρο της δύναμης F .

Β. Τη στροφορμή του κυλίνδρου $5s$ πριν ο κύλινδρος σταματήσει.

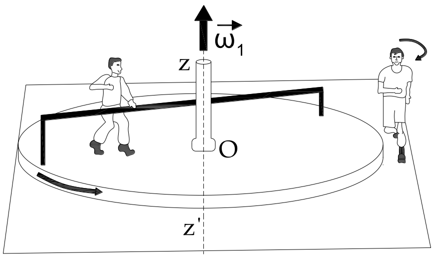
Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I = \dfrac{1}{2}MR^2$.

Απαντήσεις

Α. $F = 0,4\ \pi\ N$

Β. $L = 0,2\pi\dfrac{kgm^2}{s}$

5.



Δίσκος παιδικής χαράς από σκληρό πλαστικό υλικό, μάζας $M = 50kg$ και ακτίνας $R = 2m$, περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του, εκτελώντας $0,2\pi$ στροφές το δευτερόλεπτο. Ένα παιδάκι ίσης μάζας με το δίσκο, στέκεται πάνω σ' αυτόν σε απόσταση $1m$ από το κέντρο του. Στο δίσκο δεν ασκείται καμία εξωτερική ροπή.

Α. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του συστήματος δίσκος – παιδάκι.

Β. Ένα δεύτερο παιδάκι, ίσης μάζας με το πρώτο, τρέχει γύρω από το δίσκο με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 2,5\frac{m}{s}$, με φορά αντίθετη από την περιστροφή του δίσκου και πηδάει εφαπτομενικά σε ένα σημείο της περιφέρειας. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του δίσκου.

Γ. Ένας μηχανισμός ασκεί σταθερή ροπή στο δίσκο, ο οποίος ακινητοποιείται αφού διαγράψει $\frac{2}{\pi}$ *περιστροφές*. Να υπολογίσετε:

Ι. Το μέτρο της γωνιακής επιβράδυνσης του δίσκου.

ΙΙ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του στη διάρκεια της επιβραδυνόμενης στροφικής κίνησής του.

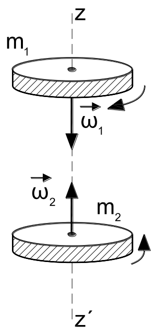
Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I = \frac{1}{2}MR^2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$ και $\pi^2 = 10$. Τα παιδάκια να θεωρηθούν ως υλικά σημεία.

Απαντήσεις

Α. $L = 600kg\frac{m^2}{s}$ Β. $\omega = 1\frac{rad}{s}$

Γ. Ι. $\left|\alpha_{\gamma\omega\nu}\right| = 0,125\frac{rad}{s^2}$ ΙΙ. $\left|\frac{dL}{dt}\right| = 43,75kg\frac{m^2}{s^2}$

6.

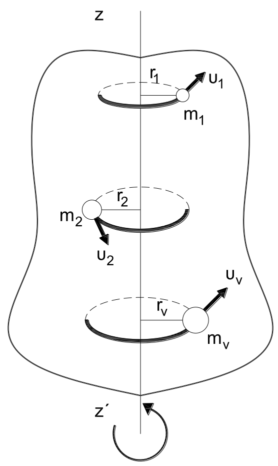


Οι δύο δίσκοι του σχήματος στρέφονται γύρω από τον κοινό άξονα περιστροφής τους zz' με γωνιακές ταχύτητες αλγεβρικής τιμής $\omega_1 = -2\frac{rad}{s}$ και $\omega_2 = 1\frac{rad}{s}$. Κάποια

1.5. Κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής - Έργο δύναμης κατά τη στροφική κίνηση

1.5.1. Θεωρία – Μεθοδολογία ασκήσεων

Κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής



Χωρίζουμε το στερεό σώμα σε στοιχειώδεις μάζες $m_1, m_2, ...m_\nu$. Κάθε στοιχειώδης μάζα έχει κινητική ενέργεια:

$$K_1 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}m_1\omega^2 r_1^2$$

$$K_2 = \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}m_2\omega^2 r_2^2$$

…

…

…

$$K_\nu = \frac{1}{2}m_\nu\upsilon_\nu^2 = \frac{1}{2}m_\nu\omega^2 r_\nu^2$$

Η ολική κινητική ενέργεια του σώματος λόγω της περιστροφικής του κίνησης είναι:

$$K_{\pi\varepsilon\rho} = K_1 + K_2 + ... + K_\nu \Rightarrow K_{\pi\varepsilon\rho} = \frac{1}{2}\left(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + ... + m_\nu r_\nu^2\right)\omega^2 \Rightarrow$$

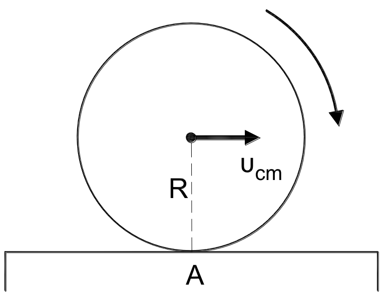
$$\boxed{K_{\pi\varepsilon\rho} = \frac{1}{2}I\omega^2}$$

Αν ένα στερεό κυλίεται χωρίς ολίσθηση η ολική κινητική του ενέργεια μπορεί να υπολογιστεί με δύο τρόπους.

1ος τρόπος: *Ως επαλληλία μεταφορικής και περιστροφικής κίνησης*

$$K = K_{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi} + K_{\pi\varepsilon\rho} \Rightarrow \boxed{K = \frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2}$$

2ος τρόπος: *Ως περιστροφική κίνηση γύρω από το σημείο επαφής με το επίπεδο*



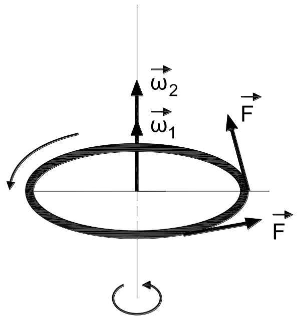
$$K = \frac{1}{2}I_A\omega^2$$

Από θεώρημα Steiner: $I_A = I_{cm} + MR^2$

Άρα:

Απόδειξη του θεωρήματος έργου – ενέργειας στην περιστροφική κίνηση

Α.



Η ολική ροπή που δέχεται το σώμα είναι σταθερή.

Έστω ότι ένα στερεό σώμα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1.

Με την επίδραση της δύναμης $\vec{F}$ που του προκαλεί σταθερή ροπή, μετά από χρόνο t υφίσταται γωνιακή μετατόπιση $\Delta\theta$ και αυξάνεται η γωνιακή του ταχύτητα στη τιμή ω_2.

Έχουμε:

$$W = \Sigma\tau\Delta\theta = I\alpha_{\gamma\omega\nu}\Delta\theta \quad (1)$$

$$\left.\begin{array}{l} \omega_2 = \omega_1 + \alpha_{\gamma\omega\nu} t \\ \Delta\theta = \omega_1 t + \frac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu} t^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} t = \dfrac{\omega_2 - \omega_1}{\alpha_{\gamma\omega\nu}} \\ \Delta\theta = \omega_1 \dfrac{\omega_2 - \omega_1}{\alpha_{\gamma\omega\nu}} + \dfrac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu}\left(\dfrac{\omega_2 - \omega_1}{\alpha_{\gamma\omega\nu}}\right)^2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Delta\theta = \frac{\omega_1\omega_2 - \omega_1^2}{\alpha_{\gamma\omega\nu}} + \frac{1}{2}\frac{\omega_2^2 + \omega_1^2 - 2\omega_1\omega_2}{\alpha_{\gamma\omega\nu}} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{2\omega_1\omega_2 - 2\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_1^2 - 2\omega_1\omega_2}{2.\alpha_{\gamma\omega\nu}} \Rightarrow$$

$$\Delta\theta = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2.\alpha_{\gamma\omega\nu}} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$W = I\alpha_{\gamma\omega\nu}\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\alpha_{\gamma\omega\nu}} \Rightarrow W = \frac{1}{2}I\omega_2^2 - \frac{1}{2}I\omega_1^2$$

Β.Η ολική ροπή που δέχεται το σώμα δεν είναι σταθερή.

Έχουμε:

$$dW = \Sigma\tau d\theta = \frac{dL}{dt}d\theta \Rightarrow dW = dL\cdot\omega$$

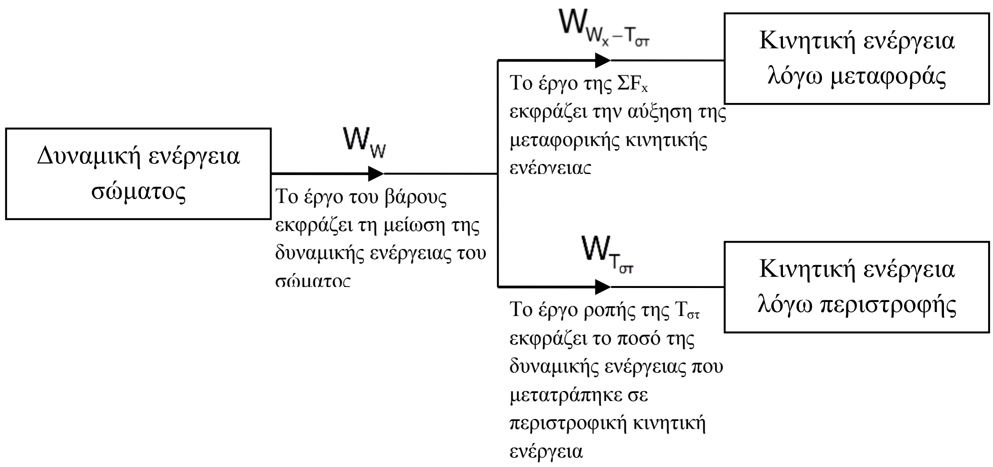
Άρα: $W = \Sigma dW = \Sigma\omega\cdot dL$

Το άθροισμα αυτό υπολογίζεται από το διάγραμμα $\omega = f(L)$

Επειδή $L = I\omega \Rightarrow \omega = \frac{1}{I}L$

Ενεργειακό διάγραμμα

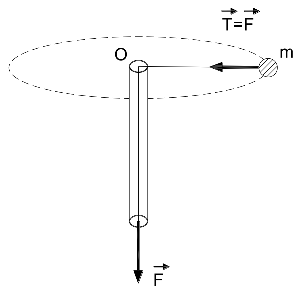
Όλες οι ενεργειακές μετατροπές μπορούν συνοπτικά να απεικονισθούν ως εξής:



Λυμένες ασκήσεις

1. Σφαιρίδιο μάζας $m = 0,2kg$ διαγράφει κύκλο ακτίνας $R_1 = 0,1m$ με γωνιακή ταχύτητα $\omega_1 = 30\dfrac{rad}{s}$. Το σχοινί που είναι δεμένο το σφαιρίδιο περνάει από κατακόρυφο σωλήνα.
Α.Ποιο το έργο της δύναμης F που ασκούμε στο ελεύθερο άκρο του σχοινιού μέχρι η ακτίνα περιστροφής R_2 να μειωθεί στο μισό της αρχικής τιμής;
Β.Ποιος ο λόγος των τιμών της δύναμης F για ακτίνες περιστροφής R_1 και R_2 ;

Λύση



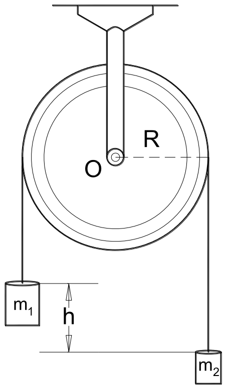
Α. Επειδή η δύναμη που ασκείται στο σφαιρίδιο δεν έχει ροπή (ο φορέας της διέρχεται από το κέντρο περιστροφής) διατηρείται η στροφορμή του σφαιριδίου.

$$\vec{L}_1 = \vec{L}_2 \Rightarrow m\upsilon_1 R_1 = m\upsilon_2 R_2 \Rightarrow$$

$$\omega_1 R_1^2 - \omega_2 R_2^2 \overset{R_1=2R_2}{\Rightarrow} \omega_1 4R_2^2 = \omega_2 R_2^2 \Rightarrow$$

$$\omega_2 = 4\omega_1 \Rightarrow \omega_2 = 120\frac{rad}{s}$$

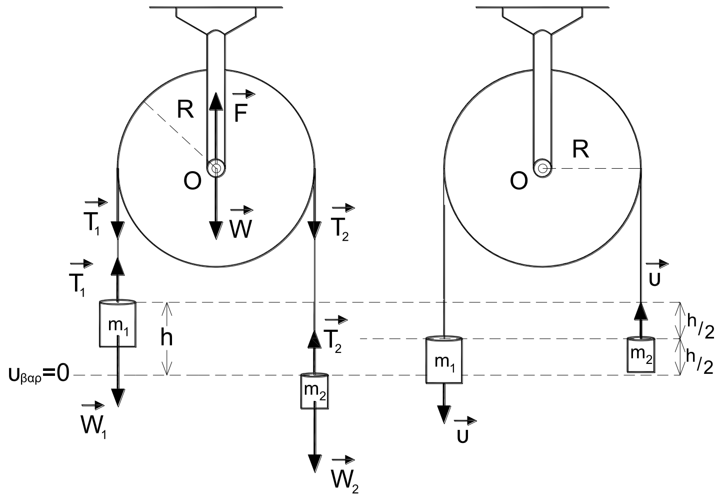
Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου ενέργειας για το σφαιρίδιο και έχουμε:

7. 

Η τροχαλία του σχήματος έχει μάζα $M = 4kg$ και ακτίνα $R = 0,1m$ και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της O. Μέσω αβαρούς μη εκτατού νήματος συνδέονται με την τροχαλία τα σώματα $m_1 = 2kg$ και $m_2 = 1kg$, τα οποία συγκρατούνται αρχικά ακίνητα. Η απόσταση των δύο σωμάτων είναι $h = 2cm$. Χρησιμοποιώντας ενεργειακές μεθόδους να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της τροχαλίας όταν τα σώματα m_1 και m_2 βρεθούν στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι: $I = \frac{1}{2}MR^2$. Δίνεται: $g = 10\frac{m}{s^2}$. Τριβές της τροχαλίας με τον άξονα περιστροφής αμελητέες.

Λύση

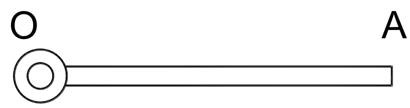


Επειδή η ροπή του βάρους του σώματος m_1 ως προς το O είναι μεγαλύτερη αυτής του σώματος m_2 το σώμα m_1 θα κατέλθει, το σώμα m_2 θα ανέλθει και η τροχαλία θα περιστραφεί με φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού.

$$\left[\Sigma\tau_{\varepsilon\xi(0)} = I_{\sigma\upsilon\sigma\tau(0)}.\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow (m_1 gR - m_2 gR) = I_{\sigma\upsilon\sigma\tau(0)}.\alpha_{\gamma\omega\nu} \right]$$

Το συνολικό έργο της T_1 είναι μηδέν (δράση – αντίδραση) όπως και το συνολικό έργο της T_2 είναι μηδέν.

Τα σώματα m_1, m_2 έχουν την ίδια επιτάχυνση, που είναι ίση με την επιτρόχια επιτάχυνση των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας. Άρα όσο κατέλθει το m_1, 36.



Ομογενής και ισοπαχής ράβδος OA με μήκος $l = 1,5m$ και μάζα $M = 2kg$ μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο, που διέρχεται από το άκρο της O.

Αρχικά η ράβδος συγκρατείται οριζόντια. Κάποια στιγμή αφήνεται ελεύθερη να περιστραφεί. Τη στιγμή που η ράβδος σχηματίζει με την αρχική οριζόντια θέση της, γωνία ϕ, με $\eta\mu\phi = 0,8$ και $\sigma\upsilon\nu\phi = 0,6$ να υπολογίσετε:

Α. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου.

Β. Το ρυθμό μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας της ράβδου.

Γ. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου.

Δ. Το μέτρο της στροφορμής και του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σ’ αυτή, $I_{cm} = \frac{1}{12} ml^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

Απαντήσεις

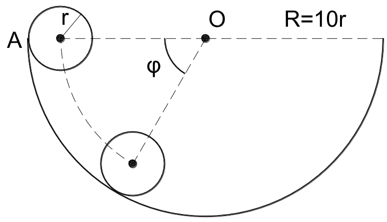
Α. $\omega = 4 \frac{rad}{s}$

Β. $\frac{dU_{\beta\alpha\rho}}{dt} = -36 \frac{J}{s}$

Γ. $\frac{dK}{dt} = 36 \frac{J}{s}$

Δ. $L = 6kg \frac{m^2}{s}$, $\frac{dL}{dt} = 9kg \frac{m^2}{s^2}$

37.



Η ομογενής σφαίρα του σχήματος μάζας $M = 0,7kg$ και ακτίνας $r = 0,1m$ αφήνεται από τη θέση A να κινηθεί στο εσωτερικό ημισφαιρίου ακτίνας $R = 10r$. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση. Να υπολογίσετε συναρτήσει της γωνίας ϕ που σχηματίζει η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του κέντρου μάζας της σφαίρας με την οριζόντια διεύθυνση, για $0 \le \phi \le \frac{\pi}{2}$:

Α. Τη γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας.

Β. Την επιτάχυνση του κέντρου μάζας της σφαίρας.

Γ. Την κάθετη δύναμη αντίδρασης που ασκεί το ημισφαίριο στη σφαίρα.

Δ. Τη στατική τριβή.

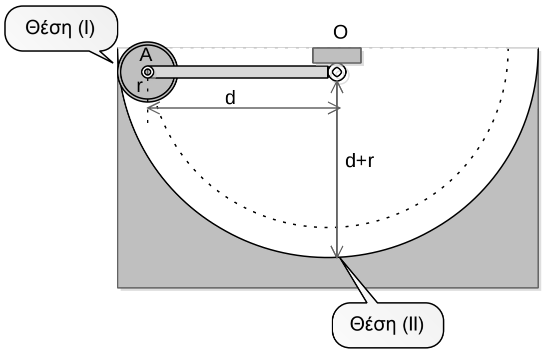
Δίνονται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδο περιστροφής της και διέρχεται από το κέντρο της $I = \frac{2}{5}mr^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$.

Απαντήσεις

Α. $\omega = 30\sqrt{\frac{10\eta\mu\phi}{7}}$ Β. $a_{cm} = \frac{50}{7}\sigma\upsilon\nu\phi$

Γ. $N = 17\eta\mu\phi$ Δ. $T_{\sigma\tau} = 2\sigma\upsilon\nu\phi$

38. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται μία ράβδος ΟΑ μήκους d=0,8m και μάζας $M = 3kg$,που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Ο και είναι κάθετος σε αυτή. Στο άκρο Α της ράβδου έχουμε συνδέσει ένα δίσκο μάζας $m = 1kg$ και ακτίνας $r = 0,2m$,που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του Α. Ο δίσκος ακουμπάει σε ημικυκλικό οδηγό. Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα ράβδος – δίσκος από τη θέση (Ι) ,οπότε ο δίσκος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στον ημικυκλικό οδηγό, αναγκάζοντας τη ράβδο να περιστρέφεται γύρω από τον άξονα περιστροφής της. Να υπολογίσετε:



Α. Το μέτρο της στροφορμής του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του τη χρονική στιγμή που το μέτρο της στροφορμής της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της ισούται με 2,56 $Kg.m^2/s$

Β. Τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη χρονική στιγμή που το σύστημα ράβδος – δίσκος διέρχεται από τη θέση (ΙΙ).

Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σ’ αυτή, $I_{cm(\rho)} = \frac{1}{12}Md^2$, η ροπή αδράνειας

1.6. Διαγωνίσματα

1.6.1. Μηχανική στερεού σώματος - 1ο Κριτήριο αξιολόγησης

1ο Θέμα

Στις ερωτήσεις 1-4 να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

1)Τροχός κυλίεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει. Αν η ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού έχει μέτρο $υ_{cm}$,η ταχύτητα του κατώτερου σημείου της περιφέρειας έχει μέτρο:

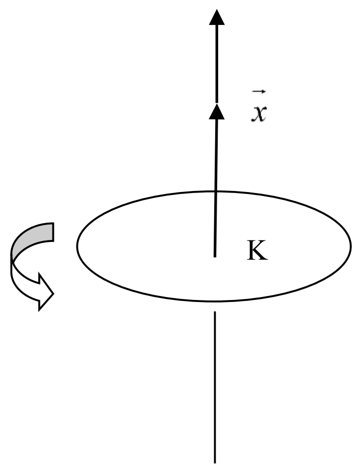
α. $υ_{cm}$ β. $2υ_{cm}$ γ. 0 δ. $\frac{υ_{cm}}{2}$

(5 Μονάδες)

2)Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος δεν εξαρτάται από:
α. τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής
β. τη θέση του άξονα περιστροφής
γ. την κατανομή της μάζας του σώματος γύρω από τον άξονα περιστροφής
δ. τη μάζα του σώματος

(5 Μονάδες)

3)Υλικό σημείο εκτελεί κυκλική κίνηση κέντρου Κ όπως φαίνεται στο σχήμα. Το διάνυσμα $\vec{x}$ που διέρχεται από το κέντρο Κ και είναι κάθετο στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς δεν μπορεί να παριστάνει:
α. γωνιακή ταχύτητα
β. γωνιακή επιτάχυνση
γ. στροφορμή
δ. ορμή

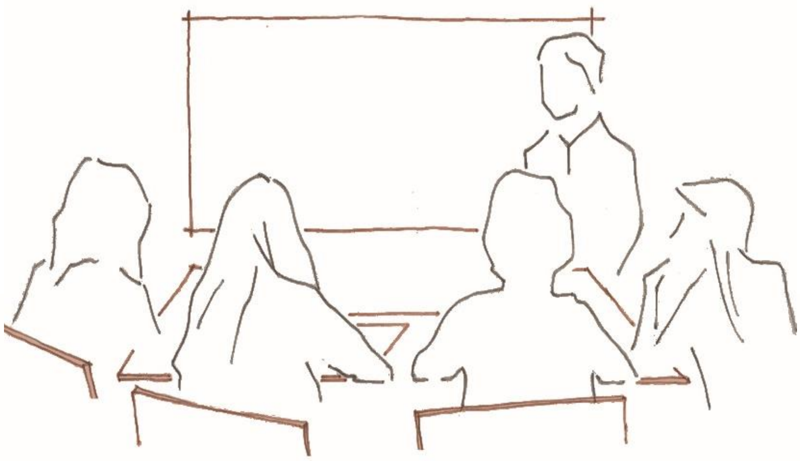


(5 Μονάδες)

4)Μία σφαίρα ($Σ_1$) αφήνεται να κυλίσει χωρίς ολίσθηση από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου και μία άλλη σφαίρα ($Σ_2$) αφήνεται να ολισθήσει χωρίς τριβές από την κορυφή λείου κεκλιμένου ίδιας κλίσης και ύψους με το πρώτο. Στη βάση των κεκλιμένων επιπέδων:
α. η $Σ_1$ θα φτάσει με μεγαλύτερη ταχύτητα
β. η $Σ_2$ θα φτάσει με μεγαλύτερη ταχύτητα
γ. θα φτάσουν με την ίδια ταχύτητα

Βιβλιογραφία

1. Serway, Τόμος 1 (Μετάφραση Λ.Ρεσβάνη)
2. Huge D. Young, Τόμος Α΄(Εκδ. Παπαζήση)
3. Α. Κατσίκας, Τόμος Α (Εκδ. Ελληνοεκδοτική)
4. Α. Κατσίκας, Τόμος Β΄ (Εκδ. Ελληνοεκδοτική)
5. Θ.Σκαλωμένος-Ι.Χριστακόπουλος, Τόμος 1 (Εκδ. Σαββάλλας)
6. Θ.Σκαλωμένος-Ι.Χριστακόπουλος, Τόμος 2 (Εκδ. Σαββάλλας)
7. Θ.Πάλογος, Η. Ποντικός, Σ. Χαρισιάδης, Τόμος 2 (Εκδ. Γκρίτζαλη)
8. Παναγιωτακόπουλος, Θέματα Φυσικής, (Εκδ. Σαββάλλας)
9. Μαθιουδάκης, Παναγιωτακόπουλος, Τόμος Α (Εκδ. Σαββάλλας)
10. Μαθιουδάκης, Παναγιωτακόπουλος, Τόμος Β΄ (Εκδ. Σαββάλλας)
11. Α. και Σ. Σαββάλας, Τόμος Α΄ (Εκδ. Σαββάλλας)
12. Α. και Σ. Σαββάλας, Τόμος Β΄ (Εκδ. Σαββάλλας)
13. Κ.Ε.Ε.



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ & ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
Ε. ΣΤΟΓΙΑΝΝΗΣ
Ασπασίας 76-78, Χολαργός Τηλ. 210 6512099
e-mail: stogiannis@stogiannis.edu.gr
www.stogiannis.edu.gr